

**Т.М. Бауэр, Н.Н. Борздун,
Т.А. Котрецкая, Н.Ю. Косоножкина**

**ПОСОБИЕ
ПО СМЫСЛОВОМУ ЧТЕНИЮ
В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ**

Донецк

2022

Авторы-составители:

**Т.М. Бауэр, Н.Н.Борздун,
Н.Ю.Косоножкина, Т.А. Котрецкая**

**Рецензент:– А.С. Богатин, заведующий кафедрой общей физики ЮФУ,
доктор физико-математических наук, профессор**

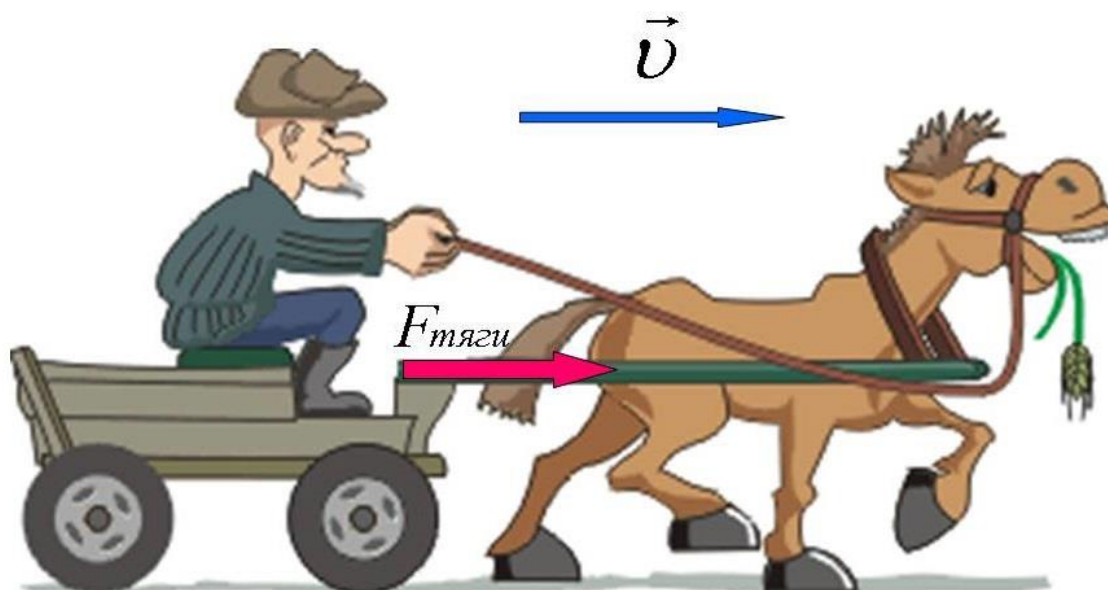
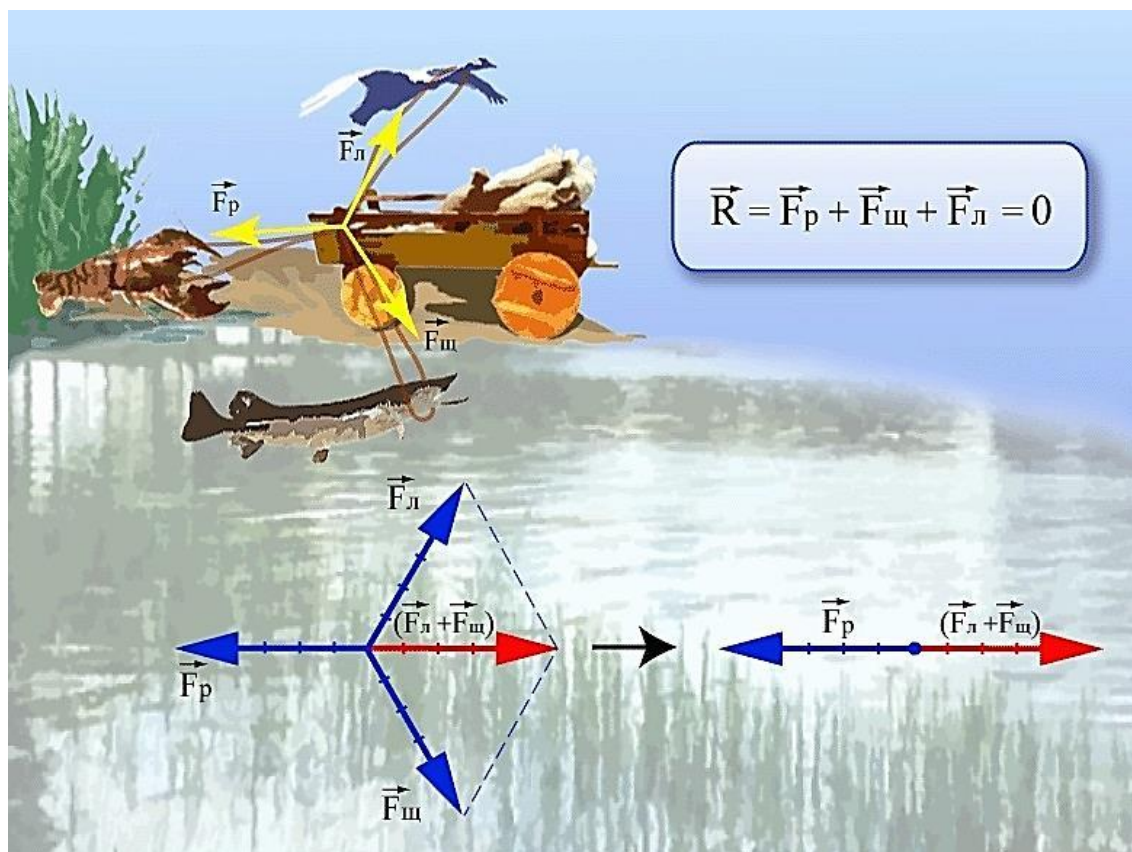
Данное пособие может быть использовано старшеклассниками и выпускниками школ для самостоятельной работы. С его помощью учащиеся могут решать тренировочные варианты КИМ, составленные из заданий открытого сегмента Федерального банка тестовых заданий, размещенного на сайте ФИПИ (www.fipi.ru).

В сборнике приводятся решения задач более высокой степени трудности, используемых в тестах ЕГЭ, а также примеры решения олимпиадных заданий по физике для 9, 10, 11 классов. Каждый вариант сопровождается моделированием, поэтапным построением образа, именно его создание и есть модель творческого процесса. Такой способ комбинирования символов, на наш взгляд, становится средством перевода мышления учащегося с эмпирического уровня познания на теоретический и способствует формированию обобщений. Использование подобранных материалов позволит наиболее качественно подготовить старшеклассников для сдачи экзаменов. Учителя школ и преподаватели структур довузовской подготовки могут применить представленные способы решения задач на этапе обобщения изученного материала, его повторения для выявления уровня подготовленности учащихся по предмету, их готовности к итоговой аттестации в форме ЕГЭ. Надеемся, что сборник окажется полезным.

Учиться никогда не поздно, тем более что всего знать невозможно!!!

Желаем успехов.

Механика.

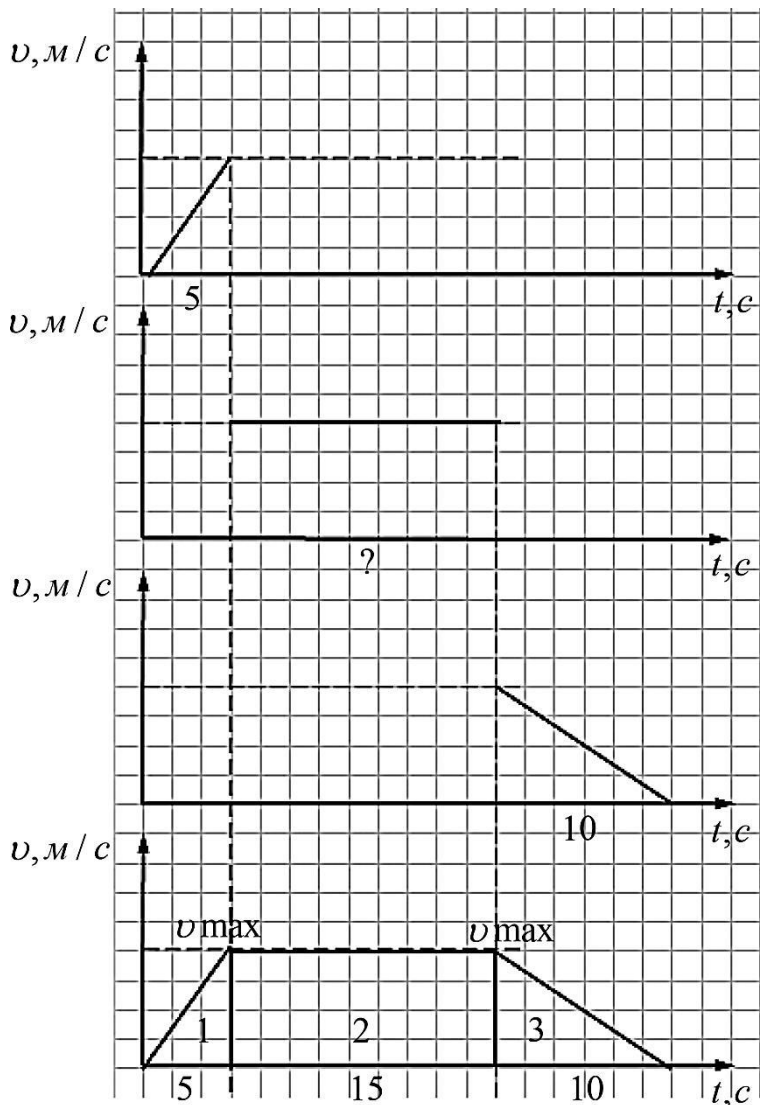


Задача №1

Точка из состояния покоя начинает двигаться вдоль прямой. Первые 5 с движется равноускоренно, затем равномерно, затем в течение 10 с равнозамедленное до остановки. Средняя скорость точки на всем пути оказалась равной 1,5 м/с. Определите максимальное значение скорости точки, если за время движения она прошла путь, равный 45 м.

Решение:

Шаг 1. Выделим из текста задачи, какие виды движения рассматриваются.



первые 5 с движется равноускоренно,

затем равномерно

Шаг 2

Определим время движения тела на втором этапе:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_2 = 15 \text{ с}$$

затем в течение 10 с равнозамедленное до остановки

Шаг 3

Построим график движения тела $v(t)$

Путь, пройденный телом – это площадь фигуры (2), полученной на графике.

S_1, S_3 = площадь треугольника

S_2 = площадь прямоугольника

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S = \frac{1}{2} v_{\max} \cdot 5 \text{ с} + v_{\max} \cdot 15 \text{ с} + v_{\max} \cdot 10 \text{ с}$$

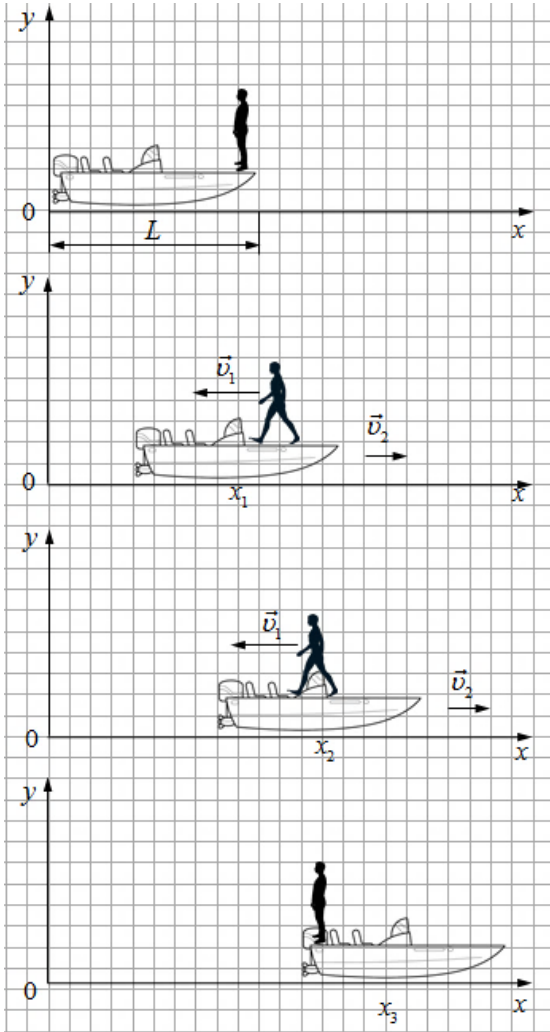
Зная пройденный путь 45 м, можно определить $v_{\max}$

$$v_{\max} = 2 \text{ м/с}$$

Задача №2

Рыбак, масса которого 60 кг., стоит на носу катера длиной 3,5 м. и массой 150 кг. На какое расстояние относительно берега озера переместится катер, если рыбак перейдет с постоянной скоростью на корму?

Решение:



Шаг 1.

Рыбак стоит на носу катера длиной L . Свяжем с берегом озера систему координат $ХОУ$.

Шаг 2

Рыбак идет в сторону кормы со скоростью v_1 , при этом катер смещается на величину OX_1 . Обозначим скорость катера v_2 . Смещение катера $OX_1 = S_1$

Шаг 3

Рыбак идет в сторону кормы со скоростью v_1 . Скорость катера v_2 . Смещение катера $OX_2 = S_2$

Шаг 4

Рыбак остановился на корме катера $v_1 = 0$, следовательно, остановился и катер, $v_2 = 0$, пройдя относительно берега $OX_3 = S_3$

Так как движение катера равномерное, то смещение катера относительно берега озера будет $S = v_2 \cdot t$, где v_2 – скорость катера, t_2 – время движения катера. $t_2 = t_1 = t$ – время движения человека по катеру.

$$t = \frac{l}{v_1}, \text{ т.к. } v_1 = \text{const. Тогда } S = v_2 \cdot \frac{1}{v_1} = v_2 \cdot t.$$

Закон сохранения импульса $P_1 + P_2 = P$ при $t = 0$, $P = 0$, т.к. $v_1 = v_2 = 0$

$$\text{За время } t, P_{1x} = -m_1 \cdot v_{1x}; P_{2x} = m v_{2x}; P = 0 \quad m v_{2x} - m_1 v_{1x} = 0; v_{1x} = 0; v_{2x} = v_2 = \frac{m_1 v_1}{m}$$

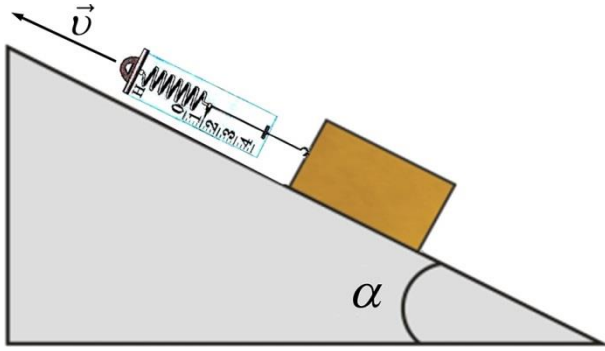
$$S = \frac{m_1 v_1 l}{m v_1} = \frac{m_1 l}{m}; S = \frac{60 \cdot 30}{150} = \frac{35}{25} = 1,4 \text{ м.}$$

Задача №3

Брусок массой 1 кг.прикрепили к пружине динамометра. Динамометр перемещают с постоянной скоростью вверх вдоль наклонной плоскости. Вычислите коэффициент полезного действия наклонной плоскости.

Решение:

Установление отношения к объекту как некоторой целостности, определение сути представленного.



На фотографии изображены динамометр, груз, транспортер и наклонная плоскость. Изучив фото, ясно понимаем, что движение тела происходит вдоль наклонной плоскости, т.е. вдоль одной координатной оси, направленной под углом к горизонту. Транспортер позволяет узнать угол наклонной плоскости, динамометр показы-

вает некоторую силу. Из условия ясно, что тело движется вверх.

Внимательно рассматриваем рисунок и выделяем следующие элементы:

А) Транспортер – прибор для измерения углов. Цена деления 1° , показывает 30° .

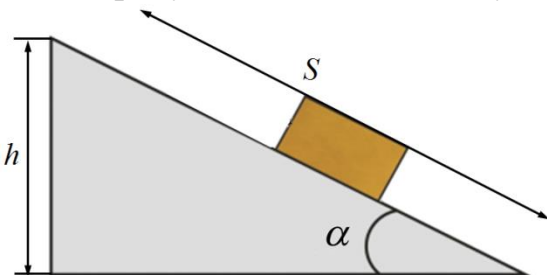
Б) Динамометр – прибор для измерения силы. Цена деления 0,1 Н. Динамометр показывает силу упругости пружины динамометра равную 9,3 Н.

В) Груз массой 1 кг. – третий элемент системы.

Г) Движение происходит вдоль наклонной плоскости.

Для того, чтобы узнать КПД наклонной плоскости необходимо вычислить полезную работу по подъему груза $A_{\text{п}} = mgh$ и работу затраченную, которая совершается против силы тяжести и силы трения. $A_{\text{з}} = F_{\text{тр}} S + mgh$. Тем самым решение задачи сводится к нахождению трех величин: F, h, S .

Из рисунка, очевидно, что угол α и есть один из связующих элементов задачи (высоты и длины наклонной плоскости). В прямоугольном треугольнике h – противолежащий катет, S – гипотенуза $S = h / \sin \alpha$.



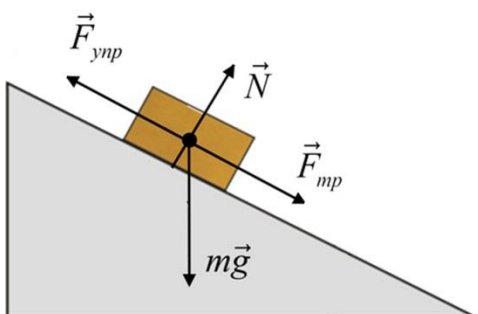
Для нахождения F изобразим все силы на чертеже.

Сила тяжести направленная вертикально вниз $-m\vec{g}$.

Сила нормальной реакции опоры, направленная перпендикулярно опоре $-\vec{N}$.

Сила трения направленная в сторону, противоположную движению $-\vec{F}_{\text{тр}}$.

Сила упругости динамометра $-\vec{F}_{\text{уп}}$.



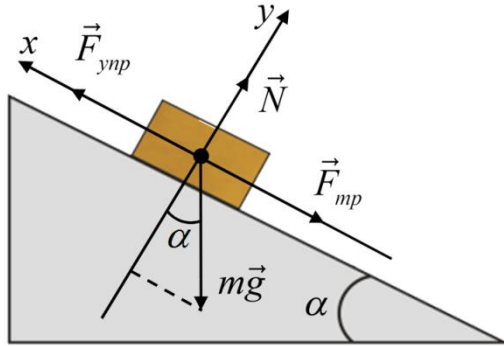
Величина, связывающая все элементы данного этапа задачи – это скорость.

Равнодействующая всех сил, приложенных к телу по второму закону Ньютона равна произведению массы на ускорение

$$\vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

т.к. скорость постоянна, то $a = 0$ и $\vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$

Введем прямоугольную систему координат так, чтобы ось OX была сонаправлена с вектором скорости.



Снова изобразим все силы приложенные к грузу. Выполняем вспомогательные построения, необходимые для аналитического решения задачи. Сюда же встраиваем математическую модель для описания движения.

$$F_{\text{упр}} - F_{\text{тр}} - mg \cdot \sin \alpha = 0$$

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{упр}} - mg \cdot \sin \alpha$$

Зная, что $F_{\text{упр}} = 9,3 \text{ Н}$ получаем: $F_{\text{тр}} = 9,3 - 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 4,3 \text{ (Н)}$

При подъеме бруска вдоль наклонной плоскости на высоту h , полезной является работа по увеличению его потенциальной энергии $A_{\text{п}} = mgh$.

Но в процессе движения приходится совершать работу не только против силы тяжести, но и против силы трения $A_{\text{з}} = F_{\text{тр}}S + mgh$, где $S = h / \sin \alpha$

$$A_{\text{з}} = F_{\text{тр}} h / \sin \alpha + mgh$$

$$\eta = (A_{\text{п}} / A_{\text{з}}) \cdot 100\% = \frac{mgh}{h(mg + F_{\text{тр}} / \sin \alpha)} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{mg}{mg + F_{\text{тр}} / \sin \alpha} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 10 + 4,3 / \frac{1}{2}} \cdot 100\% \approx 54\%$$

Задача №4

Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем возвращается к месту броска. График зависимости модуля скорости шайбы от времени приведен на рисунке. Найти угол наклона плоскости к горизонту и максимальную высоту подъема шайбы.

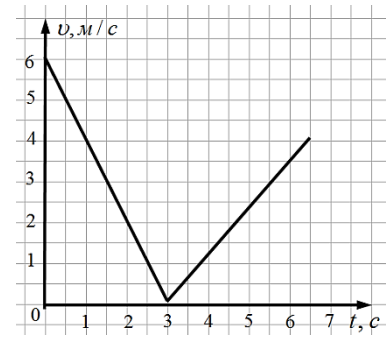
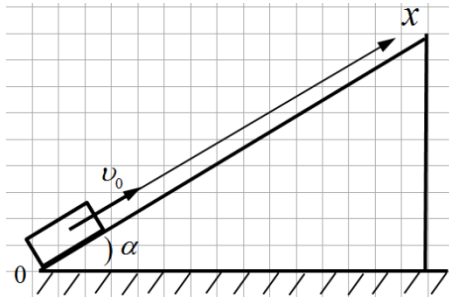


Рис.1

Решение:

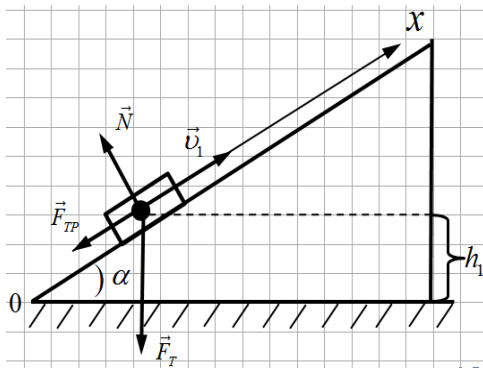


Шаг 1

а) Сначала проанализируем график движения шайбы вверх:

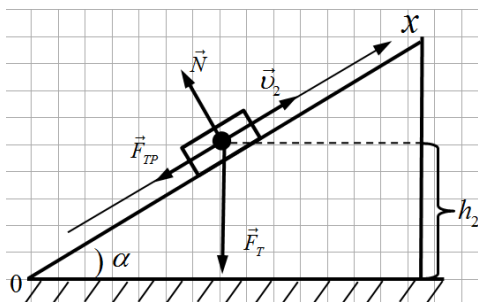
Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх

$$t_0 = 0, h = 0, v_0 = 6 \text{ м/с}.$$



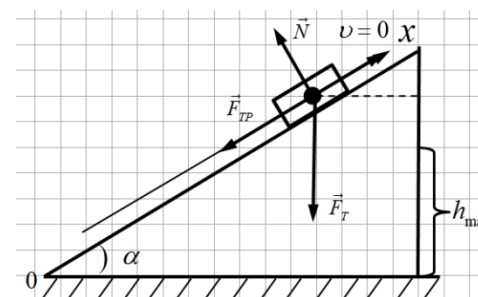
Шаг 2

По мере подъема шайбы по наклонной плоскости её скорость уменьшается $t_1 = 1 \text{ с} \cdot v_1 = 4 \text{ м/с}$, высота h_1 . Причина изменения скорости: F_R



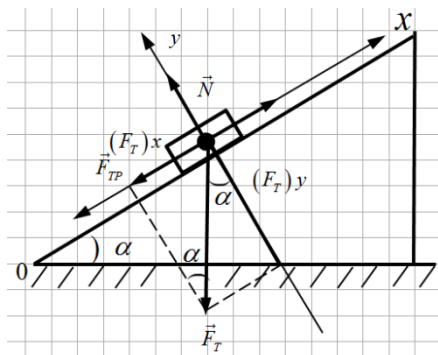
Шаг 3

С течением времени $t_2 = 2 \text{ с}$ скорость продолжает уменьшаться $v_2 = 2 \text{ м/с}$, высота подъема h_2 .



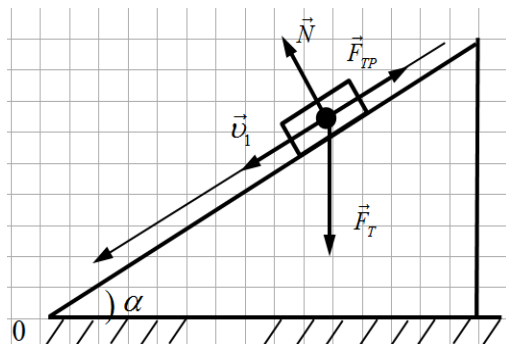
Шаг 4

Через время $t_3 = 3 \text{ с}$ скорость шайбы станет равна нулю, при этом она достигнет максимальной высоты h_{max} .



(рис.2)

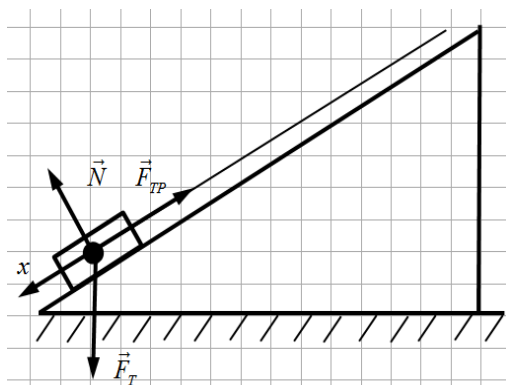
б) Аналогично проанализируем движение шайбы вниз.



Шаг 1

При движении вниз скорость постепенно увеличивается, высота подъёма уменьшается.

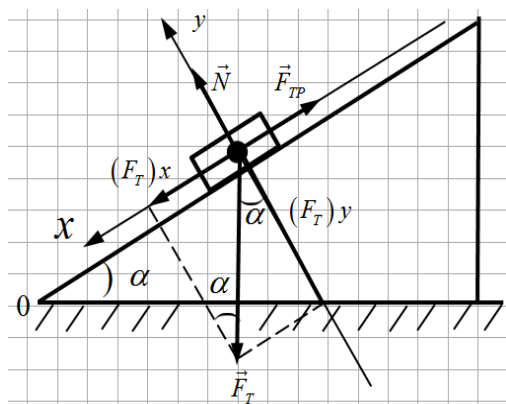
$$t_4 = 4 \text{ с}, \quad v_1 = 1 \text{ м/с}$$



Шаг 2

Время движения шайбы вниз равно $7,5 - 3 = 4,5 \text{ с}$. У подножия наклонной плоскости – скорость максимальна, высота равна нулю.

$$t_k = 7,5 \text{ с}, \quad v_k = 4 \text{ м/с}$$



Шаг 3

Введем систему координат: ось X направим вдоль наклонной плоскости вниз, ось Y – вдоль направления реакции опоры N. Определим проекции всех сил на выбранные оси.

(рис.3)

Запишем математическое решение задачи.

Рассмотрим движение шайбы вверх. Действующие на шайбу силы изображены на рис.2. здесь $F_T = mg$ – сила тяжести, N – сила реакции опоры, F_{TP} – сила трения скольжения. Эти силы определяют ускорение шайбы, найдем его, используя второй закон Ньютона.

$$\begin{cases} -mg \sin \alpha - F_{TP} = ma_1 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \\ F_{TP} = \mu N \end{cases} \quad \begin{cases} F_{TP} = \mu mg \cos \alpha \\ N = mg \cos \alpha \\ -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_1 \end{cases}$$

Где μ – коэффициент трения скольжения, a_1 – проекция ускорения шайбы.

Из этой системы находим ускорение a_1 :

$-mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = ma_1$, сокращаем правую и левую часть уравнения на m :

$a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$. Знак минус указывает на то, что ускорение направлено противоположно выбранной оси.

Так как ускорение шайбы постоянно, то проекция скорости выражается формулой: $v_x(t) = v_0 + a_1 t = v_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)t$. В момент времени $t = t_1 = 3$ с скорость равно нулю, следовательно: $v_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)t = 0$ (1)

Рассмотрим движение шайбы вниз. На этом участке начало отсчета времени соответствует моменту, когда шайба начинает движение вниз. Силы, приложенные к шайбе, не изменились, лишь сила трения скольжения изменила направление, как показано на рис.3.

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{TP} = ma_2, \\ N - mg \cos \alpha = 0, \Rightarrow a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \\ F_{TP} = \mu N. \end{cases}$$

где a_2 – проекция ускорения при движении вниз.

Проекция скорости выражается уравнением:

$$v_x(t) = v_0 + a_2 t = v_{02} + g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t.$$

В момент времени $t = t_2 = 4,5$ с, $v_x = v_k$.

Получаем уравнение: $g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t_2 = v_k$ (2)

Уравнения (1) и (2) образуют систему с двумя неизвестными α и μ :

$$\begin{cases} v_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)t = 0 \\ g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)t_2 = v_k \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \alpha + \mu \cos \alpha = v_0 / (gt_1) \\ \sin \alpha - \mu \cos \alpha = v_k / (gt_2) \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \sin \alpha = \left(\frac{v_0}{t_1} + \frac{v_k}{t_2} \right) \frac{1}{g} \\ 2 \mu \cos \alpha = \left(\frac{v_0}{t_1} - \frac{v_k}{t_2} \right) \frac{1}{g} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \arcsin \left(\left(\frac{v_0}{t_1} + \frac{v_k}{t_2} \right) \frac{1}{2g} \right) \\ \mu = \left(\frac{v_0}{t_1} - \frac{v_k}{t_2} \right) \frac{1}{2g \cos \alpha} \Rightarrow \alpha = 8,5^\circ; \quad \mu = 0,06 \end{cases}$$

Рассмотрим движение шайбы вниз. Получаем $v_k^2 = 2a_2(x_k - x_0)$, где $x_k - x_0 = L$ – расстояние, пройденное шайбой вдоль наклонной плоскости, $L = v_k^2 / 2a_2$, а максимальная высота подъёма:

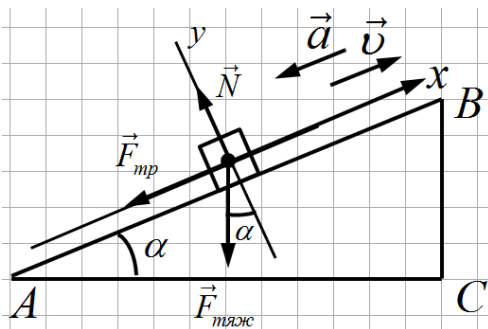
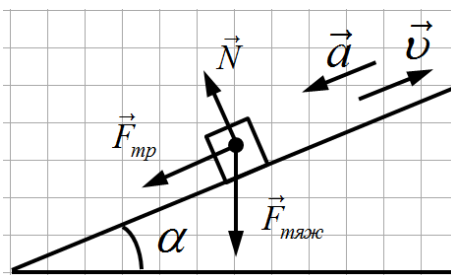
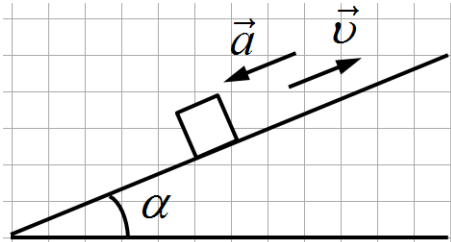
$$H = L \sin \alpha = \frac{v_k^2 \sin \alpha}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = \frac{v_k^2}{2g(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} = 1,7 \text{ м}$$

$$\alpha = 8,5^\circ; \quad \mu = 0,06, \quad H = 1,7 \text{ м.}$$

Задача: №5

Стальной кубик вкатывают с начальной скоростью v на ледяную горку, наклонённую к горизонту под углом α . Коэффициент трения скольжения кубика о лёд μ . Сколько времени кубик будет подниматься? На какую максимальную высоту он поднимется?

Решение:



Кубик вкатывают вверх.

Направление ось OX вверх т.к. в верхней точке плоскости останавливается, то движения замедленное, т.е. ускорение направленно против оси OX .

По 2 закону Ньютона $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ или $ma = \vec{F}_T + \vec{F}_{TP} + \vec{N}$.

С учётом реакции не ось OX имеем: $-ma = -mg \sin \alpha - \mu N$.

Уничтожим левую и правую часть на (-1), получим: $ma = mg \sin \alpha + \mu N_{(л)}$.

С учётом проекции на ось OY имеем: $0 = -mg \cos \alpha + N$,

откуда $N = mg \cos \alpha$ (2).

Подставим (2) в (1):

$$Ma = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha; \quad Ma = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha); \quad a =$$

Время движения кубика найдём по формуле $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$,

Учитывая проекции, получим $(v = 0) \quad t = \frac{0 + v_0}{-a} = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

Из ABC – высоту подъёма найдём расстояние ($S = AB$; $h = BC$), $\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{h}{S}$,

$$h = S \cdot \sin \alpha$$

По плоскости кубик пройдет расстояние $S = \frac{v_0^2}{2a}$

Вместо a подставим выражение (3)

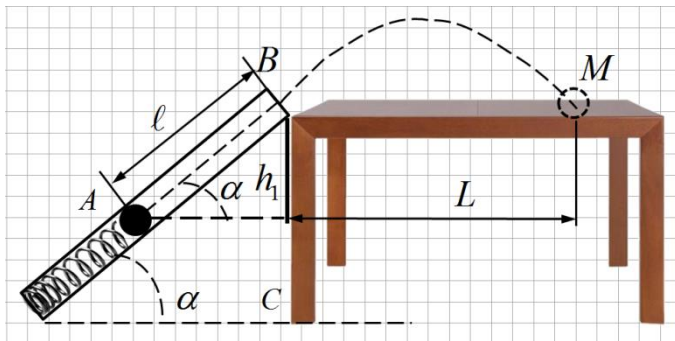
$$S = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \quad (5)$$

Подставим (5) в (4)
$$h = \frac{v_0^2 \sin \alpha}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

Задача №6

Пружинное ружьё наклонено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Энергия сжатой пружины 0,41 Дж. При выстреле шарик массой $m = 50\text{ г}$ проходит по стволу ружья расстояние $l = 0,5\text{ м}$, вылетает и падает на расстоянии L от дула ружья в точку M , находящуюся с ним на одной высоте (см. рисунок). Найдите расстояние L . Трением в стволе и сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:



$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ; \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ$$

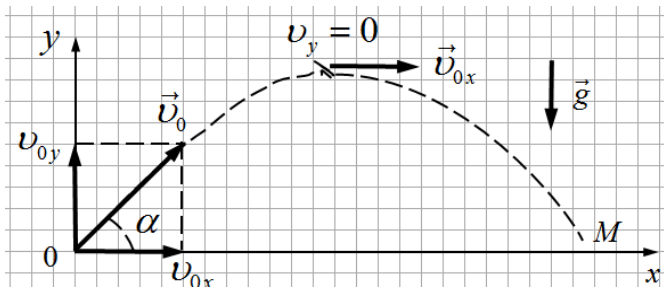
Из закона сохранения энергии найдём начальную скорость шарика которую он получил после выпрямления пружины.

$$E_{\text{пруж.}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот.}}$$

$E_{\text{пот.}}$ — это энергия подъёма. Шарик сначала поднялся до уровня стола на высоту h_1 .

Из $\triangle ABC \cdot h_1 = BC$; $BC = AB \cdot \sin \alpha$;

$$h_1 = B \cdot \sin 30^\circ = B \cdot \frac{1}{2} = \frac{B}{2}$$



Потенциальная энергия пружины

$$E_{\text{пот.}} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mgB}{2} = \frac{m(v_0^2 + gB)}{2},$$

$$2E_{\text{пот.}} - mgB = mv_0^2. \text{ Отсюда выводим } v_0:$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E_{\text{пот.}} - mgB}{m}} \cdot v_0 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,41 - 0,05 \cdot 10 \cdot 0,5}{0,05}} = \sqrt{\frac{0,82 - 0,25}{0,05}} = \sqrt{11,4} = 3,38 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Вдоль стола шарик движется равномерно

Дальность полета до точки M $L = v_{0x} \cdot 2t$

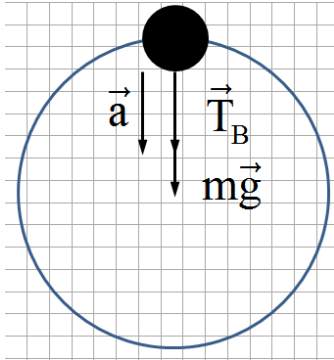
Время найдем из выражения $v_y = v_{0y} - gt$, т.к. $v_y = 0$, то $t = \frac{v_{0y}}{gt}$.

$$t = 0,17\text{ с}; \quad L = 1\text{ м}.$$

Задача №7

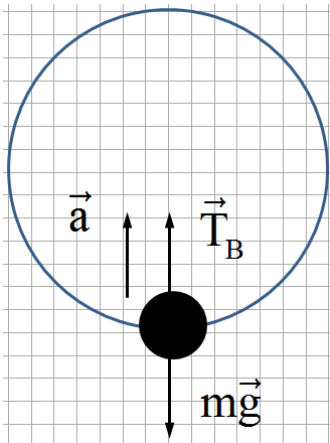
На концах нити укреплен шарик. Нить вращается в вертикальной плоскости с постоянной угловой скоростью. На сколько сила натяжения нити при прохождении шарика в верхней точке меньше, в нижней?

Решение:



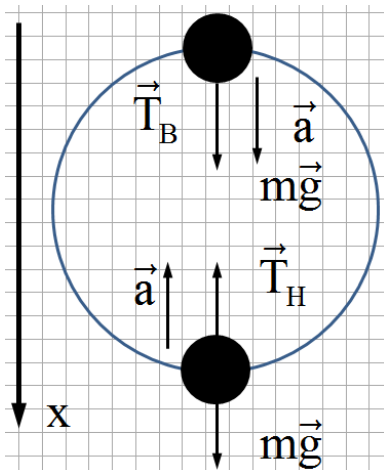
Шаг 1

1. Расставим силы в верхней точке



Шаг 2

Расставим силы в нижней точке



Шаг 3

1. Запишем закон Ньютона в проекциях на ось X

$$ma = T_B + mg \text{ (в первом случае)}$$

$$T_B = ma - mg \quad (1)$$

$$-ma = mg - T_H \text{ (во втором случае)}$$

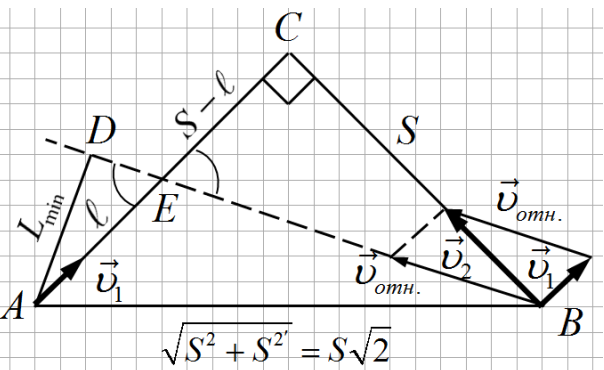
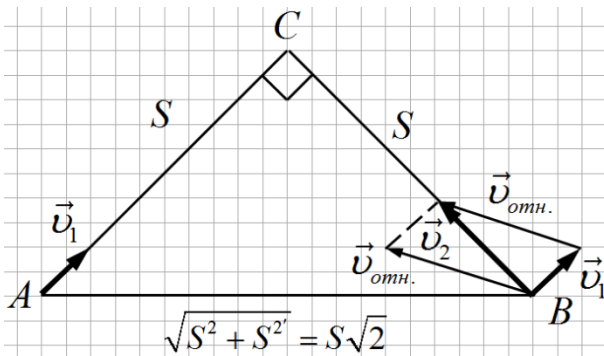
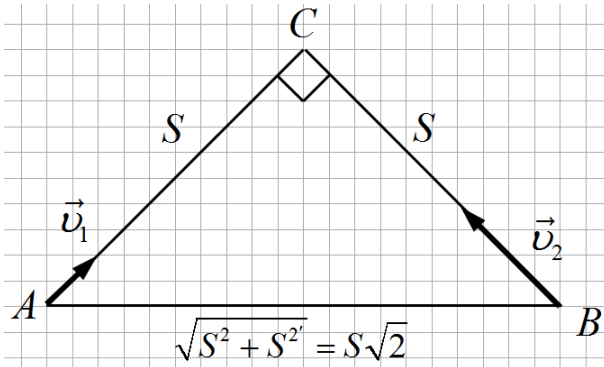
$$T_H = mg + ma \quad (2)$$

$$\text{Вычтем (2) - (1)} \quad T_H - T_B = 2mg$$

Задача №8

Две шоссейные дороги пересекаются под прямым углом. По дорогам едут грузовик со скоростью $v_1 = 54 \text{ км/ч}$ и легковой автомобиль со скоростью $v_2 = 90 \text{ км/ч}$, оба в направлении к перекрестку. В некоторый момент времени они оказались на одинаковом расстоянии $S = 400 \text{ м}$ от перекрестка. Через сколько времени t с этого момента расстояние между грузовым и легковым автомобилями станет наименьшими? Чему равно это минимальное расстояние $L_{\min}$?

Решение:



Шаг 1

Выполняем чертеж задачи. v_1 – скорость грузовика, находящегося в точке A .

v_2 – скорость легковушки, движущейся из точки B . $v_{\text{отн.}}$ – вектор относительной скорости автомобилей. Со скоростью $v_{\text{отн.}}$ в направлении прямой DB двигался бы легковой автомобиль, если бы грузовой автомобиль был неподвижен.

Если из точки A опустить перпендикуляр на прямую DB , то его длина AD и будет минимальным расстоянием между автомобилями $L_{\min}$.

Шаг 2

Рассмотрим подобие треугольников ADE и ECB .

$$\frac{AD}{AE} = \frac{CB}{EB} \text{ здесь } BC = S$$

Обозначим отрезок AE буквой l тогда отрезок $EC = S - l$, а гипотенузу равна

$$EB = \frac{S - l}{\sqrt{(S - l)^2 + S^2}},$$

$$\text{следовательно } \frac{L_{\min}}{l} = \frac{S \cdot l}{\sqrt{(S - l)^2 + S^2}}.$$

$$\text{откуда } L_{\min} = \frac{S \cdot l}{\sqrt{(S - l)^2 + S^2}}$$

Рассмотрим подобные треугольники ECB и треугольник образованный векторами $v_{\text{отн.}}$, v_1 , v_2 .

$$\frac{EC}{BC} = \frac{v_1}{v_2} \text{ или } \frac{S - l}{S} = \frac{v_1}{v_2} \text{ откуда } l = S \frac{v_2 - v_1}{v_2}, \text{ следовательно, } L_{\min} = \frac{S(v_2 - v_1)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$L_{\min} = \frac{400(25-15)}{\sqrt{25^2 + 15^2}} = 138 \text{ м}$$

Чтобы найти время t , достаточно разделить длину отрезка DB , на величину скорости автомобиля.

Длину отрезка DB найдем из треугольника ADB .

$$DB = \sqrt{AB^2 - AD^2}, \text{ где } AB = \sqrt{S^2 + S^2} = S\sqrt{2}$$

$$\text{Тогда } DB = \sqrt{2S^2 - L_{\min}^2} \text{ и } t = \frac{\sqrt{2S^2 - L_{\min}^2}}{v_{\text{отн.}}}, \text{ где } v_{\text{отн.}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

$$\text{следовательно } t = \sqrt{\frac{2S^2 - L_{\min}^2}{v_1^2 + v_2^2}}$$

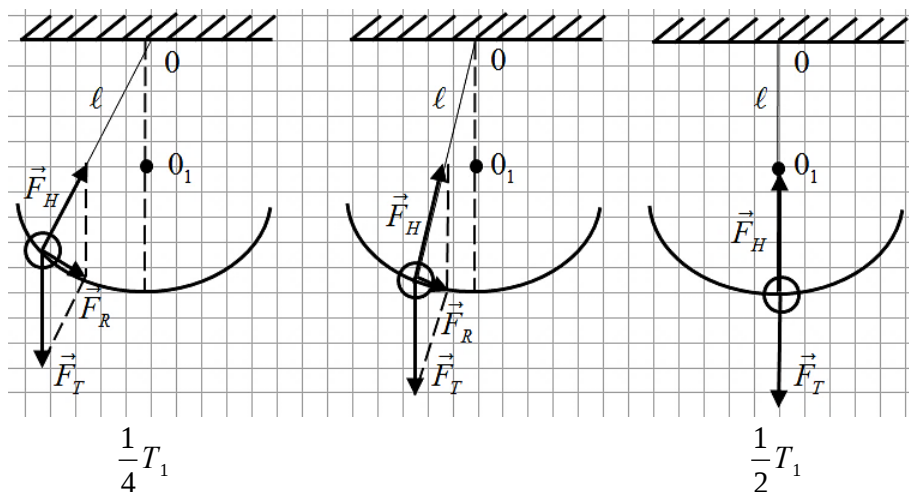
$$\text{Произведем вычисления: } t = \sqrt{\frac{2 \cdot 400^2 - 138^2}{15^2 + 25^2}} = 19 \text{ с}$$

Ответ: $L_{\min} = 138 \text{ м}; t = 19 \text{ с}.$

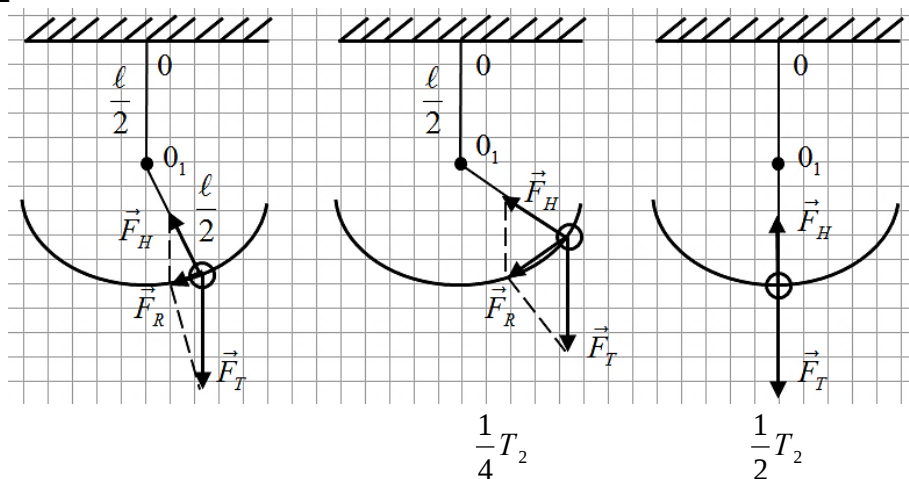
Задача №9

Математический маятник длиной L совершает колебание вблизи вертикальной доски. Под точкой подвеса маятника на расстоянии, равном половине длины маятника, в доску вбит гвоздь. Определить период колебания маятника.

Решение:

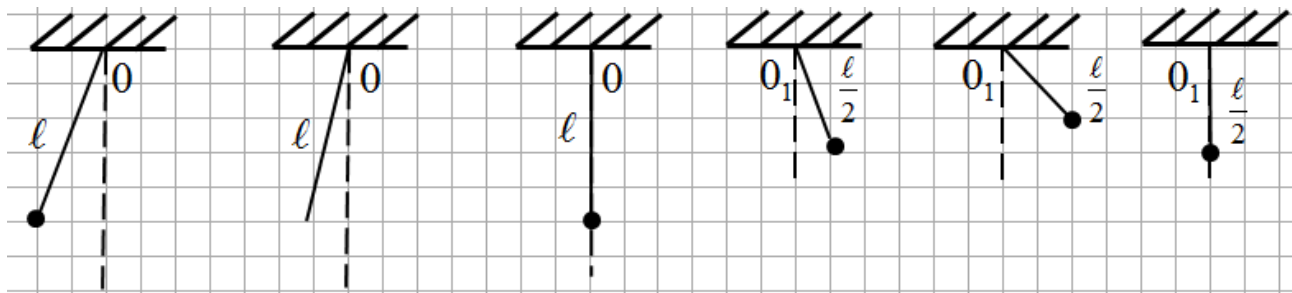


Маятник длиной L совершает колебание вблизи вертикальной доски (за время $= \frac{1}{2}T_1$).

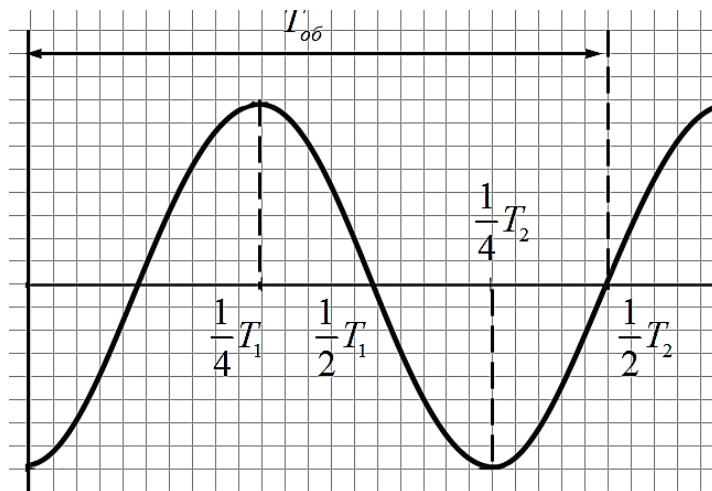


Проходя под точкой подвеса маятника, колебания продолжаются около точки O_1 . Длина маятника стала равна $\frac{L}{2}$ (время колебания $= \frac{1}{2}T_2$).

Таким образом, условие задачи можно изобразить следующим образом:



Изобразим одно полное колебание на графике зависимости координаты от времени:



То есть период колебания такого маятника равен сумме периодов: $T = T_1 + T_2$

Дано:

L – длина маятника

$x = \frac{L}{2}$ расстояние от точки подвеса до гвоздя

$T = ?$

Математическое решение

Период колебания такого маятника равен сумме периодов: $T = T_1 + T_2$

Период колебания маятника с длиной нити L будет равен:

$$T_1 = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}{2} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Период колебаний с длиной нити в два раза меньшей будет равен:

$$T_2 = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}}{2} = \pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

Тогда общий период колебания маятника равен:

$$T = T_1 + T_2 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} + \pi\sqrt{\frac{L}{2g}} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

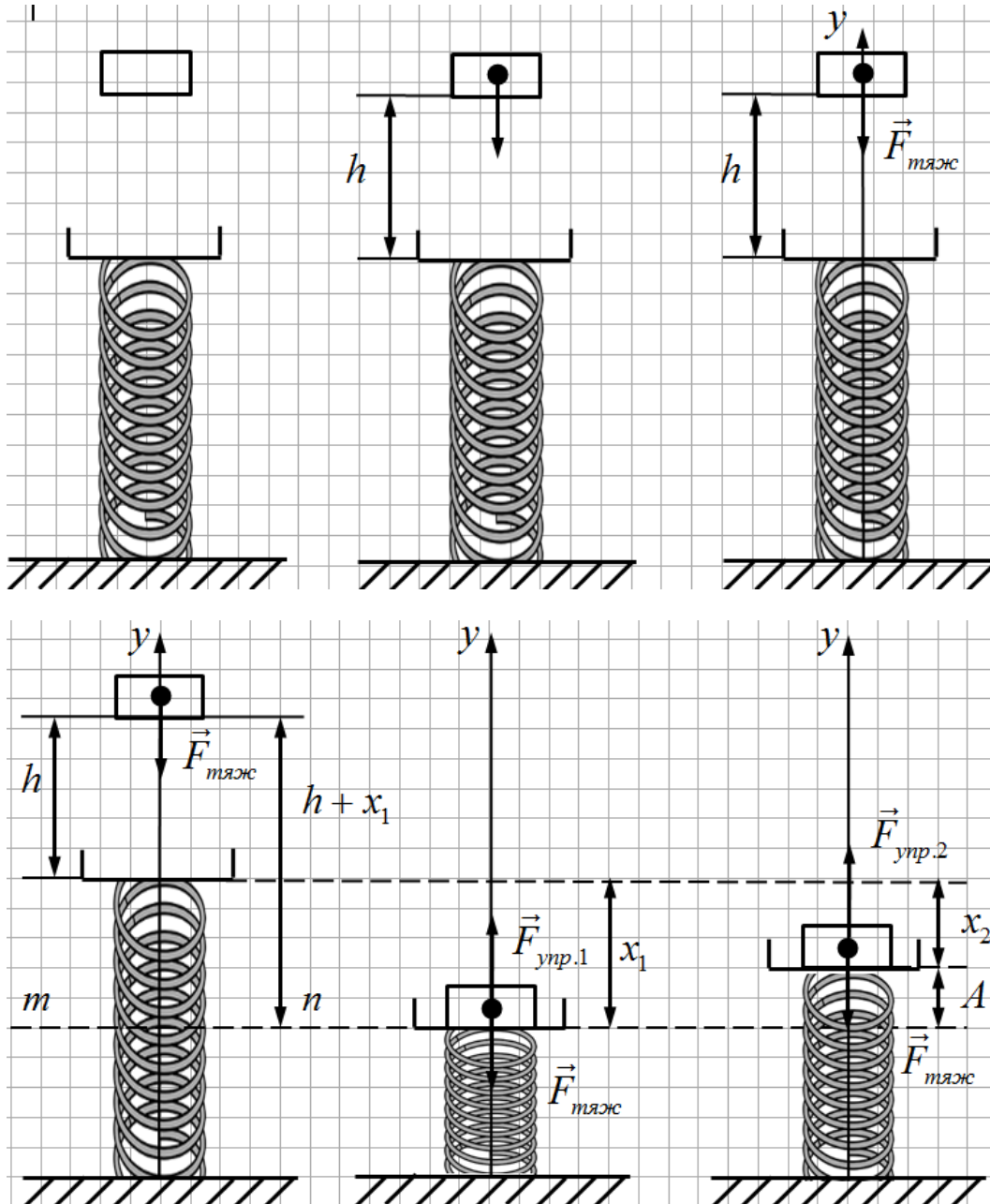
Проверка размерности: $[T] = \left[\sqrt{\frac{\frac{M}{c^2}}{\frac{M}{c}}} \right] = [\sqrt{c^2}] = [c]$

Ответ: $T = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

Задача № 10

Небольшое тело массой $m=300\text{г}$ упало с высоты $H=80\text{см}$ без начальной скорости на невесомую чашу пружинных весов и стало совершать вдоль вертикали гармонические колебания. Чему равна амплитуда A и полная механическая энергия W этих колебаний? Жёсткость пружины весов $k = 500 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Решение:



Деформация пружины x_1 , происшедшая вследствие падения тела на чашу весов, не равна амплитуде колебаний A . Амплитуда колебаний меньше этой деформации x_1 на величину деформации x_2 пружины, сжатой весом тела, положенного на чашу (а не упавшего в неё).

$$A = x_1 - x_2$$

Таким образом, задача сводится к нахождению деформации x_1 и x_2 . Для определения x_1 воспользуемся законом сохранения механической энергии, выбрав за нулевой уровень **mn** самое нижнее положение тела. Тогда потенциальная энергия тела: $W_{\Pi 1} = mg(h + x_1)$, превращается в потенциальную же энергию упругой деформации пружины: $W_{\Pi 2} = \frac{kx_1^2}{2}$, $W_{\Pi 1} = W_{\Pi 2}$, $mg \cdot (h + x_1) = \frac{kx_1^2}{2}$

$$\text{Определяем } x_1: x_1 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}}$$

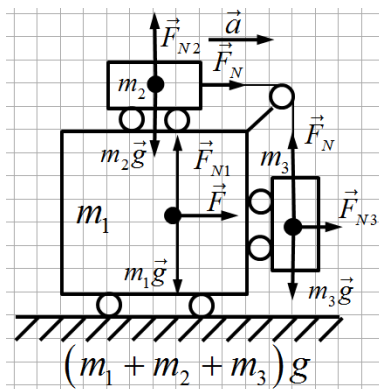
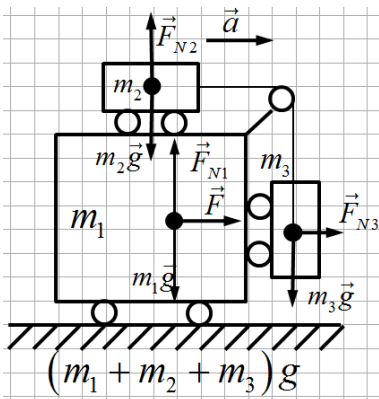
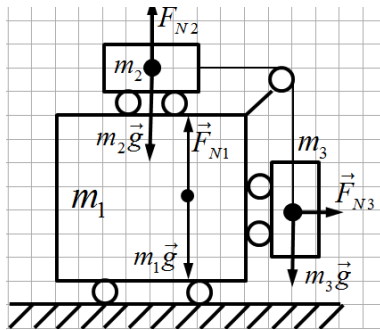
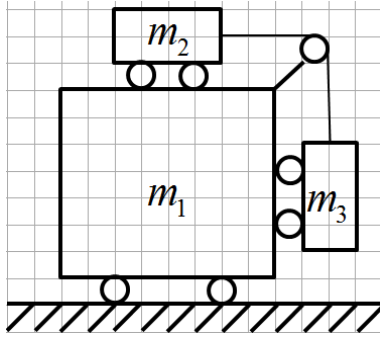
Определяем x_2 воспользовавшись законом Гука, согласно которому $F_{\text{упр.}}$, возникающей в пружине, когда на чашу весов положили тело весом $P = mg$, пропорциональна деформации x_2 , взятой со знаком «-». $F_{\text{упр.}} = -kx_2$

$$\text{По третьему закону Ньютона } F_{\text{упр.}} = -mg, \text{ поэтому } mg = kx_2, \text{ тогда } x_2 = \frac{mg}{k}$$

Задача № 11

Три тележки массами m_1 , m_2 , m_3 движутся равноускоренно. На тележку массой m_1 действует такая горизонтальная сила F , что тележки массами m_2 и m_3 покоятся относительно нее. Определить силу натяжения нити F_H связывающей тележки m_2 и m_3 и силу F приложенную к тележке m_1 . Сопротивлением движению и массой блока пренебречь.

Решение:



Вначале рассмотрим систему трех тележек как одно тело массой $m_1 + m_2 + m_3$, движущееся с ускорением вправо под действием трех сил: силы реакции опоры F_{N1} и силы

$$F, \text{ силы тяжести } (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

По 2-му закону Ньютона:

$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \vec{a} = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \vec{g} + \vec{F}_{N1} + \vec{F},$$

а по модулю с учетом направления

$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot a = F, \text{ и кроме того,}$$

$$(m_1 + m_2 + m_3)g = F_{N1}$$

Теперь определим силы, приложенные к тележкам, связанным нитью.

$$m_2 \cdot \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{F}_{N2} + \vec{F}_H, \text{ а по модулю}$$

$$m_2 \cdot a = F_H$$

$$m_2 \cdot g = F_{N2}$$

Применительно к 3 тележке получаем:

$$m_3 \cdot \vec{a}_3 = m_3 \vec{g} + \vec{F}_H + \vec{F}_{N3}$$

$$\text{по модулю } m_3 a = F_{N3}; \quad F_H = m_3 g,$$

$$\text{тогда } m_2 a = m_3 g,$$

$$\text{откуда } a = \frac{m_3}{m_2} g,$$

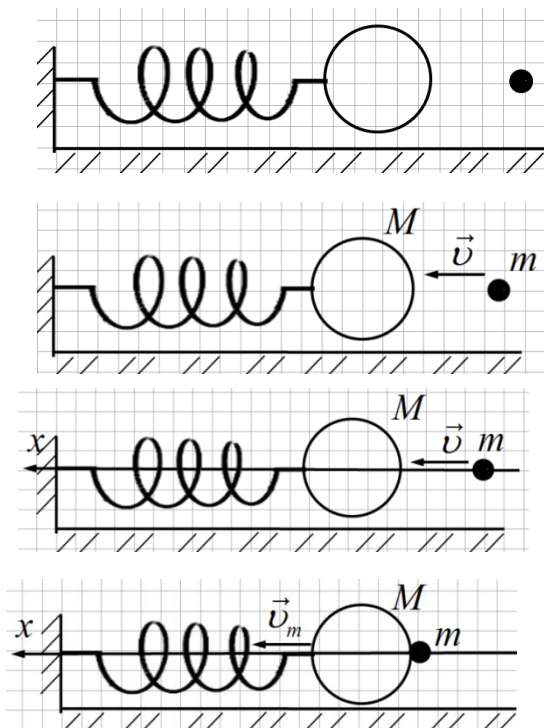
$$\text{получаем } F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \frac{m_3}{m_2} \cdot g$$

$$F_H = m_3 g; \quad F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \frac{m_3}{m_2} \cdot g$$

Задача № 12

На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M = 2 \text{ кг}$, прикрепленный к пружине жесткостью $k = 400 \text{ Н/м}$. В шар попадает пуля массой $m = 100 \text{ г}$, имеющая в момент удара скорость $v = 500 \text{ м/с}$, направленную вдоль оси пружины. Считая удар пули абсолютно неупругим и пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебания шара с пулей.

Решение:



Поскольку удар неупругий, то шар с пулей сразу после удара станет двигаться со скоростью v_m , которую мы сможем определить, воспользовавшись законом сохранения импульса системы пуля-шар, которую мы будем считать замкнутой.

По закону сохранения импульса, импульс пули до попадания в шар равен суммарному импульсу пули с шаром $(M + m)v_m$ после попадания (отметим, что импульс шара до попадания в него пули равен 0, т.к. шар покоился.) $mv = (m + M)v_m$

Отсюда скорость шара с пулей сразу после удара: $v_m = \frac{mv}{m + M}$

Максимальная скорость колебаний тела v_m связана с циклической частотой ω и амплитудой A этих колебаний соотношением: $v_m = \omega A$

Циклическая частота пружинного маятника определяется формулой:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}},$$

получаем: $v_m = A\sqrt{\frac{k}{M + m}}$, следовательно: $\frac{mv}{m + M} = A\sqrt{\frac{k}{M + m}}$,

отсюда: $A = \frac{mv}{\sqrt{k(M + m)}}$, вычисляем: $A = \frac{0,1 \cdot 500}{\sqrt{400(2 + 0,1)}} = 1,7 \text{ м}$

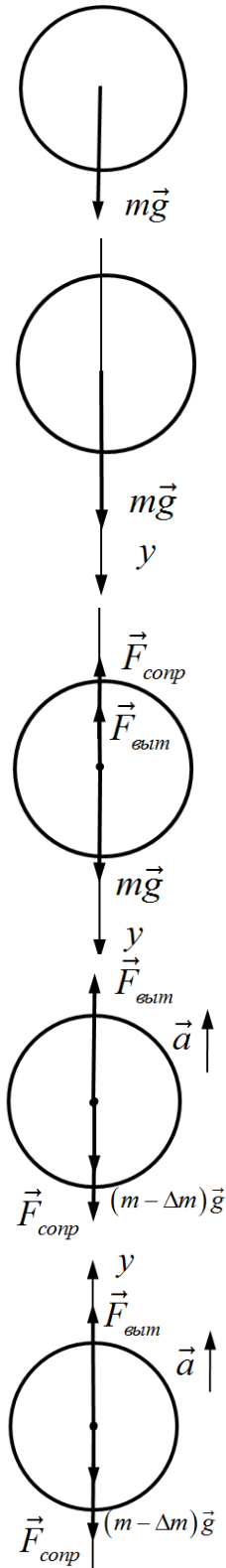
Теперь найдем период колебаний шара: $T = 2\pi\sqrt{\frac{M + m}{k}}$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{2 + 0,1}{400}} = 0,46 \text{ с}$$

Задача 13

Воздушный шар объёмом V опускается с ускорением. Масса шара, включая оболочку, газ и корзину с балластом, равна m . Какую массу балласта Δm надо сбросить, чтобы этот шар стал подниматься с прежним ускорением? Найти подъёмную силу $F_{\text{под}}$. Сопротивление воздуха $F_{\text{сопр}}$.

Решение.



Запишем второй закон Ньютона применительно к обоим случаям;

Шар опускается;

$$m \xrightarrow{a} = m \xrightarrow{g} + \xrightarrow{F_{\text{выт}}} + \xrightarrow{F_{\text{сопр}}}$$

в скалярной записи

$$ma - F_{\text{выт}} - F_{\text{сопр}} = ma$$

Шар поднимается:

$$(m - \Delta m) \xrightarrow{a} = (m - \Delta m) \xrightarrow{g} + \xrightarrow{F_{\text{выт}}} + \xrightarrow{F_{\text{сопр}}}$$

В скалярной записи

$$F_{\text{выт}} - (m - \Delta m)g - F_{\text{сопр}} = (m - \Delta m)a$$

Если разделить (2) на (1), то мы исключим неизвестное ускорение a шара и сможем определить массу сброшенного балласта Δm :

$$\frac{(m - \Delta m)a}{ma} = \frac{F_{\text{выт}} - (m - \Delta m)g - F_{\text{сопр}}}{mg - F_{\text{выт}} - F_{\text{сопр}}};$$

$$\Delta m = \frac{2m(F_{\text{выт}} - mg)}{F_{\text{выт}} + F_{\text{сопр}} \cdot 2mg}$$

Здесь $F_{\text{выт}} = \rho g V$ – выталкивающая сила, действующая на шар в воздухе с учётом этого получаем:

$$\Delta m = \frac{2mg(\rho V - m)}{F_{\text{сопр}} + g(\rho V - 2m)}$$

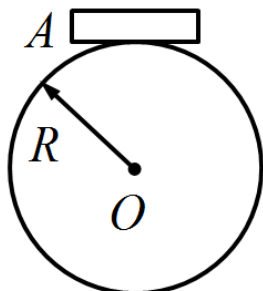
$$F_{\text{под}} = F_{\text{выт}} - mg - F_{\text{сопр}}$$

$$F_{\text{под}} = \rho g V - mg - F_{\text{сопр}}$$

Задача № 14

Радиус Земли равен 6400 км. Определите, каким должен быть период обращения Земли, чтобы тела, расположенные на экваторе, находились в состоянии «невесомости». Ответ выразите в часах и округлите до десятых.

Решение:



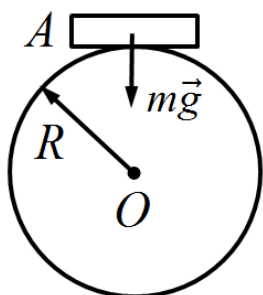
Тело *A* находится на экваторе Земли.
Радиус Земли 6400 км.

На всякое тело на Земле действует сила тяжести, направленная к центру Земли.

Тело *A* движется по экватору по окружности с постоянной скоростью. Ускорение направлено к центру Земли

$$a = \frac{v^2}{R}$$

На тело *A* на экваторе действует сила нормального давления со стороны Земли $\vec{N}$



Проводим ось *y* для аналитического решения

Так как $v = \frac{2\pi r}{T}$ отсюда следует $T = \frac{2\pi r}{v}$;

Применяем 2ой закон Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$

$ma = mg + N$ (в проекциях)

$$N = mg - ma = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right), \text{ так как по закону Ньютона}$$

N по модулю равно P .

$$P = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) \text{ По условию задачи } P = 0.$$

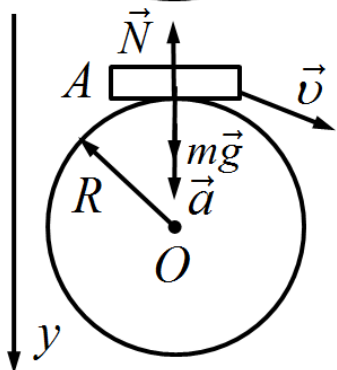
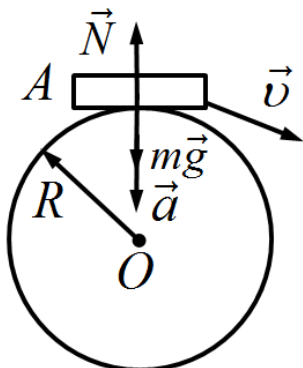
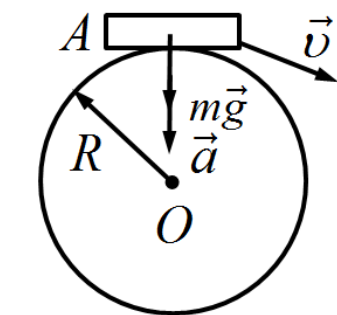
$$m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 0 \text{ отсюда следует } \frac{v^2}{R} = g$$

отсюда следует $v = \sqrt{gR}$

$$\text{Окончательно } T = \frac{2\pi r}{\sqrt{gR}}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,4 \cdot 10^6}{\sqrt{10 \cdot 6,4 \cdot 10^6}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^3} = 5,024 \cdot 10^3 \text{ с;}$$

$$T = \frac{5024}{3600} \approx 1,4 \text{ ч}$$



Задача № 15

Шарик с плотностью ρ , меньшей, чем у воды, падает с высоты h в воду. Сила сопротивления в воде составляет $\frac{1}{3}$ веса шарика. Пренебрегая силой сопротивления воздуха, определить, на какую глубину шарик погрузится в воду. Плотность воды ρ_0 .

Решение:

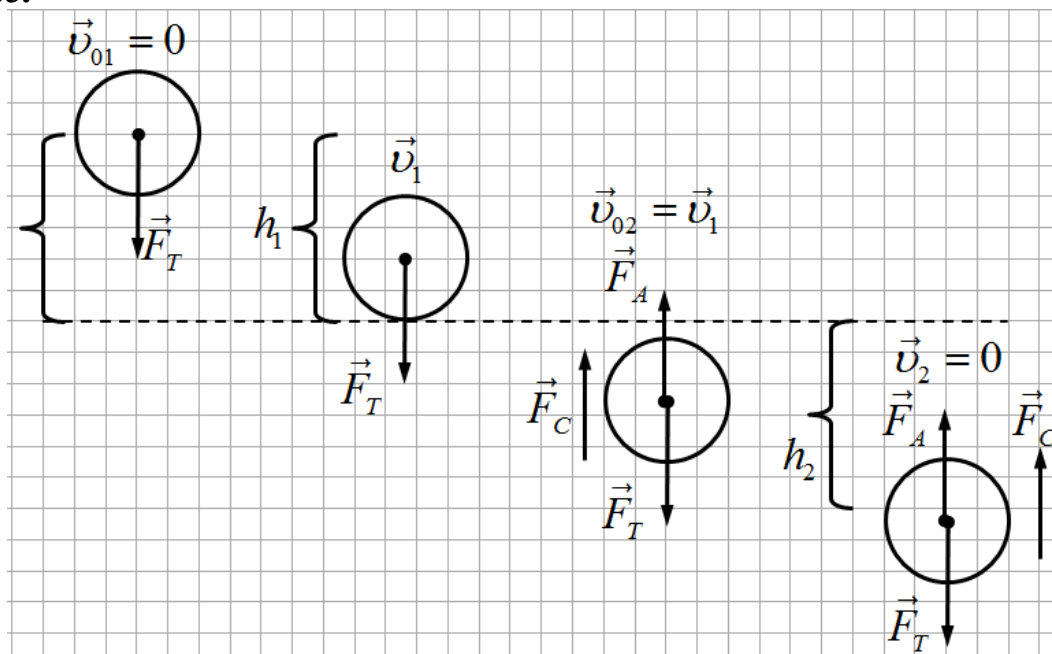


Рис.1

Шарик с плотностью ρ , меньшей, чем у воды, падает с высоты h в воду.

Движение происходит в двух средах: воздухе и воде. Начальная скорость в воздухе равна нулю. Начальная скорость в воде – равна конечной скорости в воздухе.

Выясним направление ускорения.

в воздухе:

в воде:

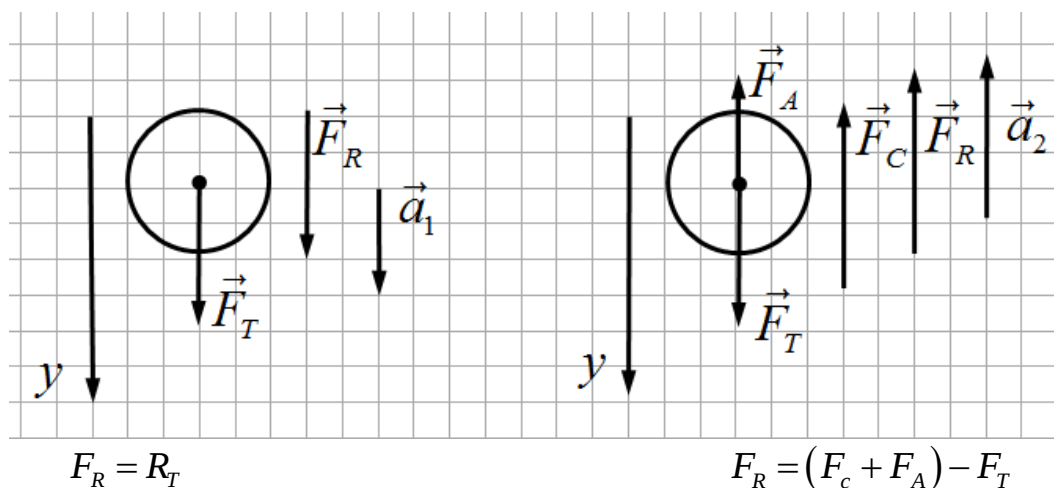


Рис.2

Ускорение всегда имеет направление то же, что и результирующая сила.
Исследуем изменение скорости при движении в каждой среде (см. рис. 3):

- В воздухе— скорость растет, т.к. она сонаправлена с ускорением;
- В воде— скорость уменьшается, т. к. она противоположно направлена ускорению.

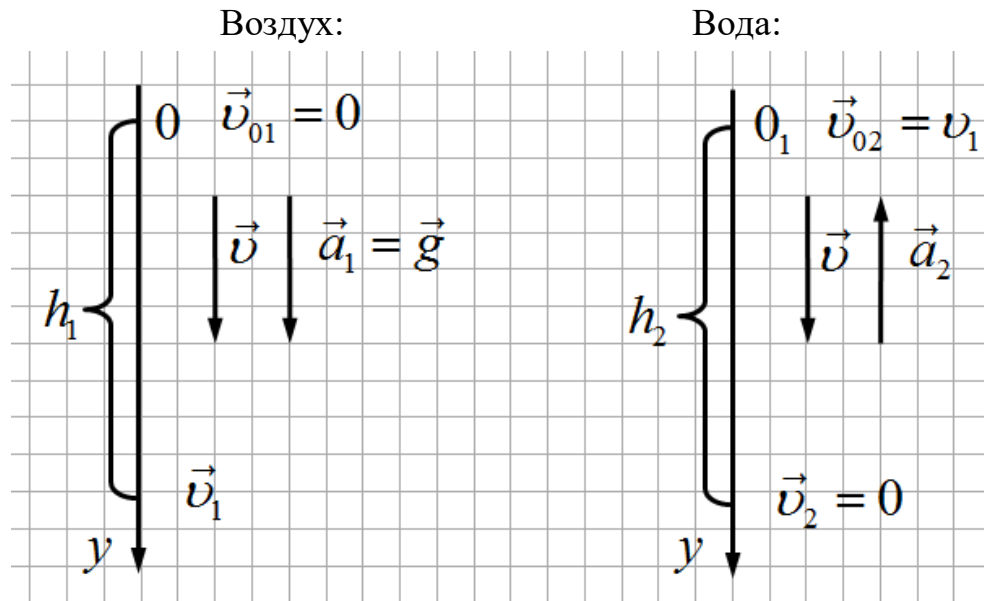


Рис.3

Запишем математическое решение задачи.

Дано: ρ_0 — плотность воды

ρ — плотность шарика

H —высота падения

$$F_{\text{сопр.}} = \frac{1}{3} P$$

$h = ?$

1. В воздухе на шарик действует только сила тяжести: $F_{\text{тяж}} = mg$

2. В воде на шарик кроме силы тяжести действует еще, архимедова сила и сила сопротивления воды.

3. В воде шарик имеет отрицательное ускорение, так как движение равнозамедленное: $-ma = F_{\text{тяж}} - (F_{\text{сопр}} + F_{\text{арх}})$.

Так как $F_{\text{тяж}} = mg$; $F_{\text{сопр}} = \frac{1}{3} P$; $F_{\text{арх}} = \rho_0 g V$,

тогда $-ma = mg - \left(\frac{mg}{3} + \rho_0 V \right)$; где $V = \frac{m}{\rho}$ — объем шарика;

Следовательно, $-ma = mg - \frac{mg}{3} - \rho_0 g V$ (1) основное уравнение движения в воде.

4. Конечная скорость шарика в воздухе равна его начальной скорости в воде:

$h = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0^2 = 2gh$ (2); ускорение движения шарика можно найти, используя фор-

мулу $h = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2h}$ (3); так как конечная скорость в воде равна ну-

лю. Подставим уравнение (2) в (3): $a = \frac{2gh}{2h} = \frac{gh}{h}$

5. Подставляем значение ускорения в воде в уравнение (1)

$$-m \frac{gH}{h} = mg - \frac{mg}{3} - \rho_0 g \frac{m}{\rho};$$

$$-m \frac{gH}{h} = mg \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{\rho_0}{\rho} \right); \text{ сокращая обе части на } mg,$$

$$\text{получаем: } -\frac{h}{h} = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{\rho_0}{\rho} \right); \text{ умножаем обе части уравнения на } (-1)$$

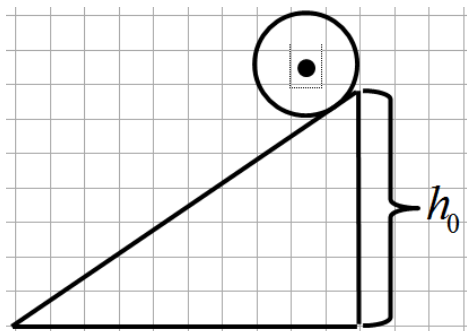
$$\frac{H}{h} = \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{1}{3} - 1 \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{2}{3}; \text{ отсюда } h = \frac{3\rho H}{3\rho_0 - 2\rho}$$

$$6. \text{ Проверка размерности: } [h] = \left[\frac{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right] = [\text{м}].$$

Задача № 16

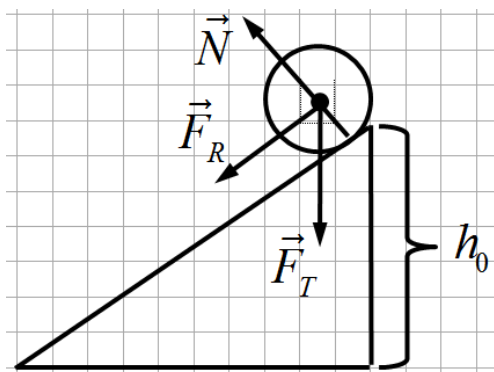
По наклонной плоскости скатывается без скольжения шар. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости, если его центр массы при скатывании понизился на h . Трением пренебречь.

Решение



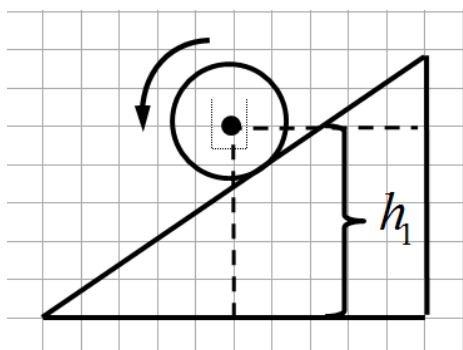
Шарик находится на вершине наклонной плоскости, высота которой h_0 он обладает потенциальной энергией $E_p = mgh$ и его скорость равна нулю.

Под действием результирующей силы $\vec{F}_R$ шарик будет двигаться равноускоренно.



При скатывании шарика потенциальная энергия уменьшалась, а кинетическая возрастала. Как происходит движение?

Движение сложное, по условию «скатывается без скольжения» надо учитывать вращение шара.



Таким образом, полная кинетическая энергия шара:

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия движущегося шара;

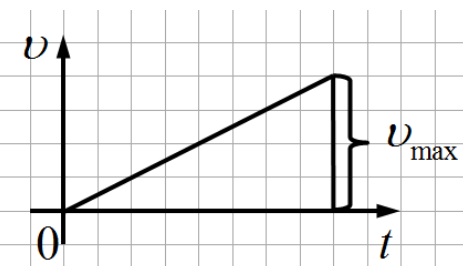
$W = \frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращающегося шара; где ω – угловая скорость вращения; J – момент инерции шара относительно оси вращения.

Момент инерции шара равен: $J = \frac{2}{5}mR^2$ (3),

где R – радиус шара.

Запишем математическое решение задачи.

Дано: h_0 – высота наклонной плоскости.



$v = ?$

По закону сохранения энергии: $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ (1); т.к. линейная скорость связана с угловой скоростью формулой $v = \omega R \Rightarrow v = \omega R$, т.к. $\omega = 2\pi v$.

Таким образом $\omega = \frac{v}{R}$ (2).

Подставим в (1) формулы (2) и (3): $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{2mR^2}{5} \cdot \frac{v^2}{2R^2}$;

сокращая на m и R^2 , получаем: $gh = \frac{v^2}{2} + \frac{v^2}{5}$;

приведем правую часть к общему знаменателю: $gh = \frac{5v^2 + 2v^2}{10} \Rightarrow gh = \frac{7v^2}{10}$ (4).

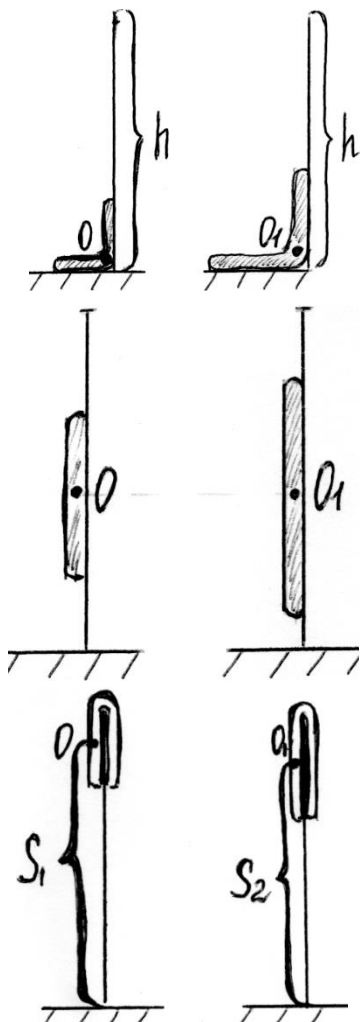
Уравнения (4) выразим скорость: $v^2 = \frac{10gh}{7} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$

Проверка размерности: $[v] = \left[\sqrt{\frac{M}{c^2} \cdot M} \right] = \left[\sqrt{\frac{M^2}{c^2}} \right] = \left[\frac{M}{c} \right]$.

Задача № 17

Две пиявки одинаковой массы, но разной длины, взбираются по очень тонкой стенке аквариума высотой h . Длина одной пиявки L_1 , а другой L_2 . Определить, во сколько раз работа одной пиявки больше другой, когда каждая из них перегнулась пополам через верхнюю кромку аквариума.

Решение



1. Две пиявки одинаковой массы, но разной длины, взбираются по очень тонкой стенке аквариума высотой h

2. O и O_1 — центры масс пиявок.

Центры масс перемещаются от основания стенки аквариума на расстояние S_1 и S_2 соответственно.

Когда пиявка переползает через стенку аквариума, она сворачивается вдвое. Центр массы пиявки, свернутой вдвое, находится на середине половины длины пиявки. Значит, центр массы отстоит на одну четвертую длины пиявки от края аквариума.

Запишем математическое решение задачи:

Дано: L_1 — длина первой пиявки;

L_2 — длина второй пиявки;

h — высота стенки аквариума.

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

1. Работа по преодолению силы тяжести равна: $A = F_{\text{тяж}} \cdot S$, где S — высота подъема центра масс.

2. $S_1 = h - \frac{1}{4}L_1$ — высота подъема центра массы первой пиявки;

$S_2 = h - \frac{1}{4}L_2$ — высота подъема центра массы второй пиявки;

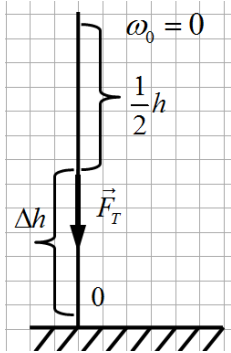
3. Тогда $A_1 = mg \left(h - \frac{1}{4}L_1 \right)$; $A_2 = mg \left(h - \frac{1}{4}L_2 \right)$;

$$4. \frac{A_1}{A_2} = \frac{mg \left(h - \frac{1}{4}L_1 \right)}{mg \left(h - \frac{1}{4}L_2 \right)} = \frac{h - \frac{1}{4}L_1}{h - \frac{1}{4}L_2} = \frac{4(4h - L_1)}{4(4h - L_2)} = \frac{4h - L_1}{4h - L_2} = 1 - \frac{L_1}{L_2}.$$

Задача № 18

Тонкий однородный столб высотой h подпиливают у основания. С какой скоростью упадет на землю верхний конец столба?

Решение

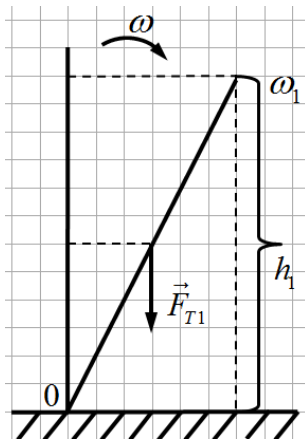


Столб высотой h подпиливают у основания. Сила тяжести приложена к центру столба, т.е. на расстоянии Δh от основания.

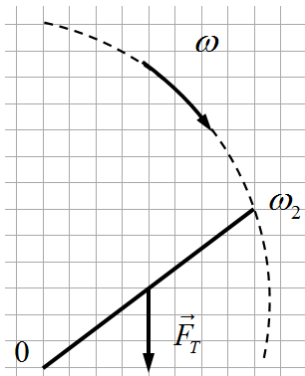
h —высота столба или радиус окружности, описываемой верхним концом столба.

ω_0 — угловая скорость столба в момент падения.

(рис.1)

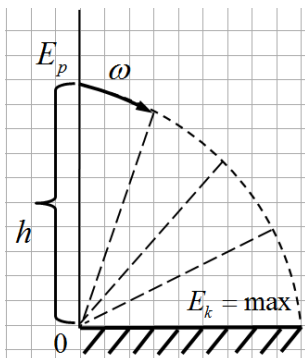


Движение столба можно рассматривать как вращение вокруг горизонтальной оси O , проходящей через основание столба (рис.2).



Во время падения столба на него действует сила тяжести

(рис.3).



На основании закона сохранения энергии: $\Delta E_p = \Delta E_k$

(рис.4)

Запишем математическое решение задачи:

Дано: h – высота столба;

g – ускорение свободного падения.

$v = ?$

Скорость верхней точки столба равна: $v = \omega \cdot h$, ω – угловая скорость столба в момент падения.

Изменение кинетической энергии столба при падении: $\Delta E_k = \frac{J\omega^2}{2}$,

где J – момент инерции столба относительно горизонтальной оси, проходящей через нижний конец столба.

$$J = \frac{mh^2}{3}, \text{ тогда } \Delta E_k = \frac{mh^2 \cdot \omega^2}{6}.$$

Уменьшение потенциальной энергии столба при падении равно: $\Delta E_p = \frac{mgh}{2}$.

На основании закона сохранения энергии имеем: $\frac{mh^2 \cdot \omega^2}{6} = \frac{mgh}{2}$

произведем сокращения: $\frac{h\omega^2}{3} = g$,

следовательно угловая скорость падения столба равна: $\omega = \sqrt{\frac{3g}{h}}$

Линейная скорость падения столба на землю будет равна:

$$v = \omega \cdot h = \sqrt{\frac{3g}{h}} \cdot h = \sqrt{\frac{3gh^2}{h}} = \sqrt{3gh}$$

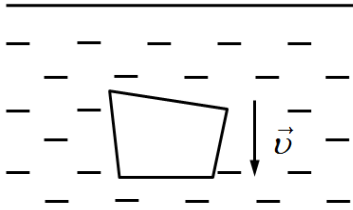
Анализируя ответ, приходим к выводу, что скорость оказалась больше скорости при свободном падении, так как при падении столб деформировался.

$$\text{Проверка размерности: } [v] = \left[\sqrt{\frac{M}{C^2}} \cdot M \right] = \left[\sqrt{\frac{M^2}{C^2}} \right] = \left[\frac{M}{C} \right]$$

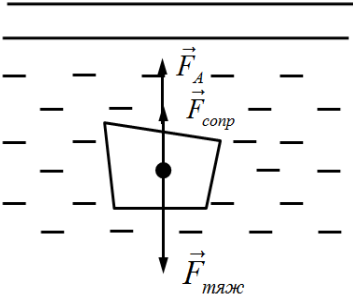
Задача № 19

Кусок стекла массой 1 кг падает в воде с постоянной скоростью. Найти силу сопротивления воды падению стекла. Плотность стекла равна $2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды – $1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Решение

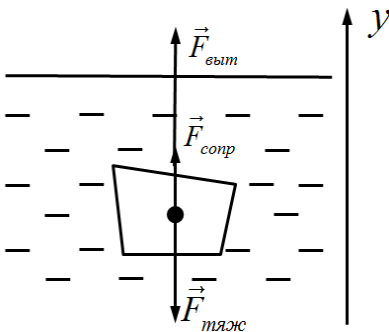


На стекло в воде действуют три силы: силы тяжести $F_{\text{тяж}}$, направленная в низ, выталкивающая сила $F_{\text{выт}}$ и сила сопротивления, направленные вверх. Стекло движется с постоянной скоростью, т.е. силы уравновешены и равнодействующая равна нулю.



По первому закону Ньютона $\vec{F}_{\text{тяж}} + \vec{F}_{\text{сопр}} + \vec{F}_{\text{выт}} = 0$ (1)

Ось OY направлена вверх



Запишем уравнение (1) в проекциях:

$$-F_{\text{тяж}} + F_{\text{сопр}} + F_{\text{выт}} = 0$$

из этого следует $F_{\text{тяж}} = F_{\text{сопр}} + F_{\text{выт}}$

Выразим силу сопротивления:

$$F_{\text{сопр}} = F_{\text{тяж}} - F_{\text{выт}} = mg - F_{\text{выт}} \quad (2).$$

$$F_{\text{выт}} = F_a = S_{\text{ж}} g V_T \quad (3) \text{ где } V_T = \frac{m}{\rho_{\text{ст}}} - \text{объем стекла.} \quad (4)$$

$$\text{С учетом (3) и (2) получим } F_{\text{сопр}} = mg - \frac{\rho_{\text{ж}} g m}{\rho_{\text{ст}}} = mg \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ст}}} \right)$$

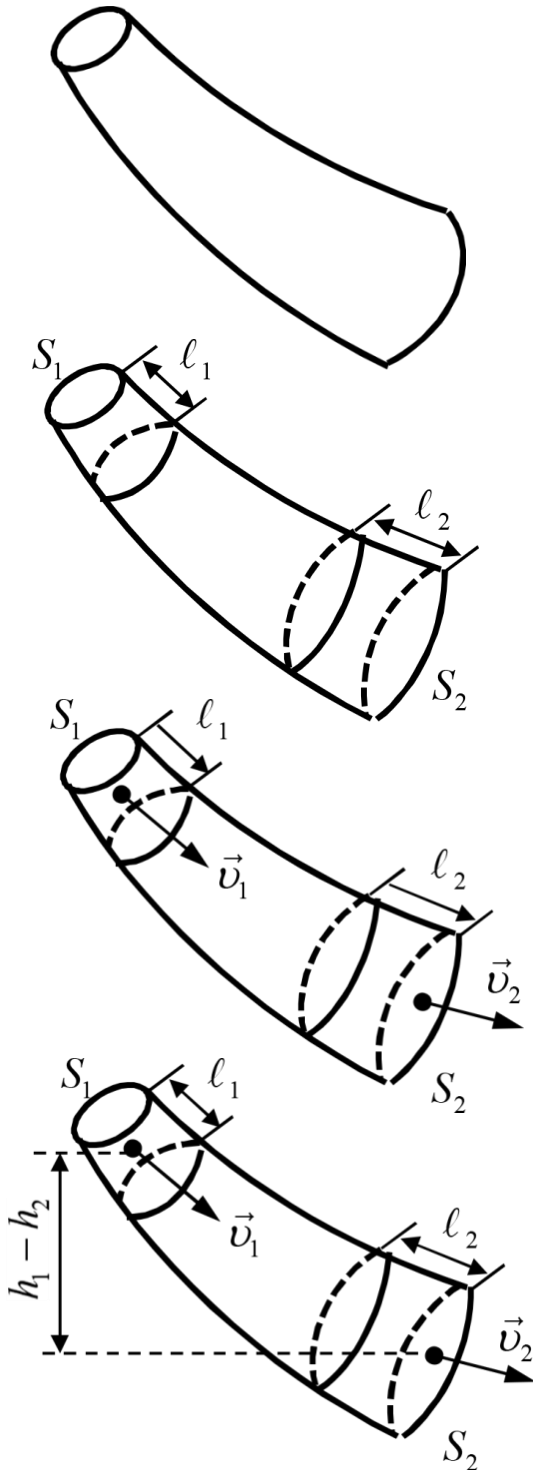
Найдем значение силы сопротивления.

$$F_{\text{сопр}} = 1 \cdot 9,8 \left(1 - \frac{10^3 \cdot 1}{2,7 \cdot 10^3} \right) = 9,8 \cdot 0,63 \approx 6,2 (\text{Н})$$

Задача № 20

Вывести уравнение Бернулли для потока несжимаемой жидкости, движущейся в наклонной трубе переменного сечения в поле тяжести.

Решение



Воспользуемся законом сохранения энергии в консервативных системах. Здесь работа сил давления сопровождается полной механической энергией системы

$$A = W_2 - W_1 = (E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1})$$

Выделим мысленно некий объём жидкости: $V = l_1 \cdot S_1 = l_2 \cdot S_2$

Масса этого объёма: $m = \rho \cdot V$

Работа сил давления:

$$A = F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = \rho_1 \cdot S_1 \cdot l_1 - \rho_2 \cdot S_2 \cdot l_2$$

$$A = (\rho_1 - \rho_2) \cdot V$$

Поставим полученный результат в выражении для изменения энергии, получим

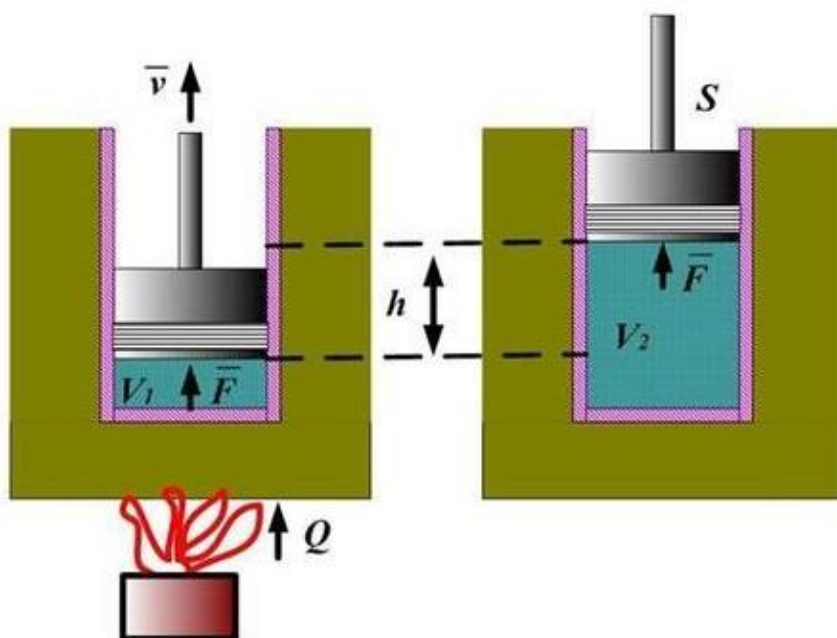
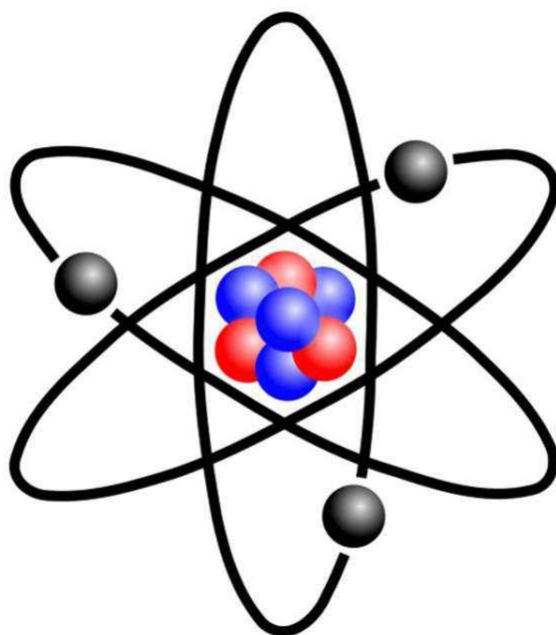
$$(\rho_1 - \rho_2) \cdot V = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{mv_1^2}{2} - mgh_1$$

Откуда следует:

$$\rho_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 = \rho_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2$$

Молекулярная физика

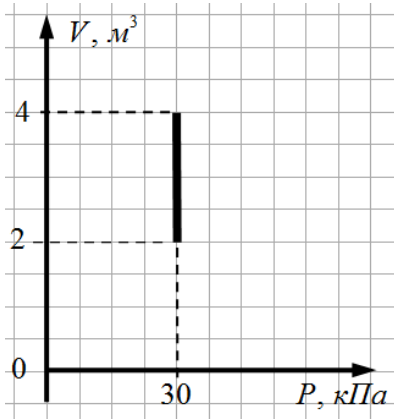
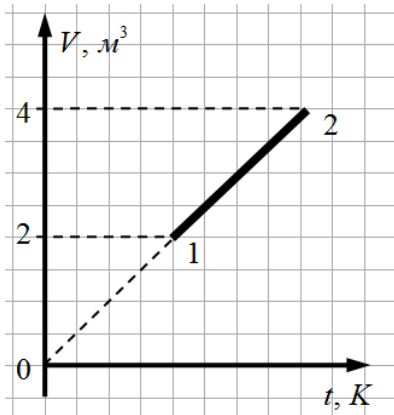
Термодинамика



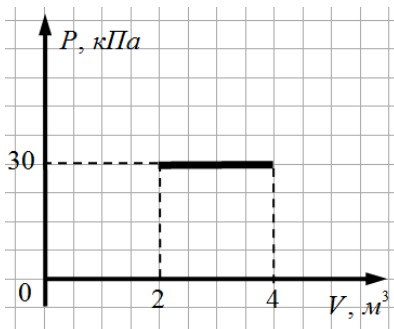
Задача № 21

Какую работу совершает газ, если в точке 2 давление 30 кПа .

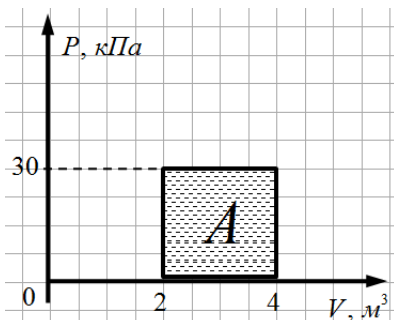
Решение:



Необходимо перерисовать этот процесс в координатах VP



Повернуть оси на 90°



Физический смысл работы – это площадь фигуры, полученной под графиком

Фигура – прямоугольник со сторонами 30 кПа и 2 м^3

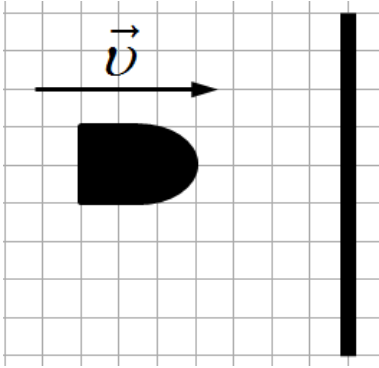
$$A = 30000 \text{ Па} \cdot 2 \text{ м}^3 = 60000 \text{ Дж}$$

Задача: № 22

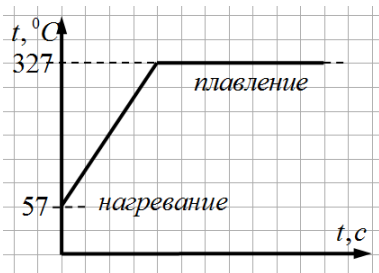
С какой скоростью должна лететь свинцовая пуля, чтобы при ударе о стенку она расплавилась? Температура пули перед ударом равна 57°C , а температура плавления свинца равна 327°C . Считать, что на тепловые процессы пошла вся механическая энергия пули.

$$c \text{ (свинца)} = 130 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{K}), \quad \Lambda = 25000 \text{ Дж} / \text{кг}$$

Решение:



Пуля летит с определенной скоростью и обладает кинетической энергией.



После удара о стенку вся кинетическая энергия пули переходит в тепловые процессы – нагревания пули до температуры плавления и плавления самой пули.

Кинетическая энергия пули = нагревание пули + плавление пули

$$\frac{mv^2}{2} = mc(t_2 - t_1) + m\Lambda$$

$$v_2 = \frac{2mc\Delta t + 2m\Lambda}{m}$$

$$v = \sqrt{2(c\Delta t + \Lambda)}$$

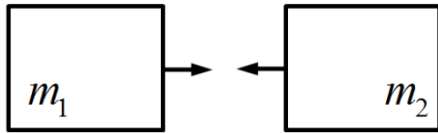
$$v = \sqrt{2 \cdot \left(130 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \text{K} \cdot 270 \text{K} + 25000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right)}$$

$$v = 347 \text{ м} / \text{с}$$

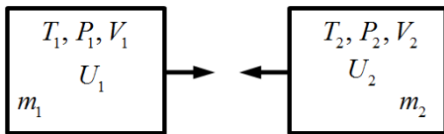
Задача: № 23

При стыковке двух космических кораблей их отсеки соединяются между собой. Объем первого отсека 12 м^3 , второго – 20 м^3 . Давление воздуха в отсеках соответственно равны 98 кПа , 102 кПа , а температура 17°C и 27°C . Какое давление воздуха установится после стыковки кораблей?

Решение:



Найдем массу воздуха в каждом отсеке и уравнение Менделеева-Клайперона



$$PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{PVM}{RT},$$

$$m_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1} \frac{M}{R} \quad (1)$$

т.е.

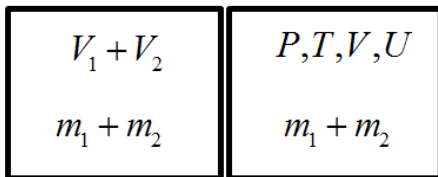
$$m_2 = \frac{P_2 V_2}{T_2} \frac{M}{R} \quad (2)$$

До стыковки кораблей внутренняя энергия воздуха: $U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$

Для каждого отсека имеет вид:

$$U_1 = \frac{3}{2} \frac{m_1 T_1 R}{M} \quad (3)$$

$$U_2 = \frac{3}{2} \frac{m_2 T_2 R}{M} \quad (4)$$



После стыковки: $U = \frac{3}{2} \frac{(m_1 + m_2) TR}{M} \quad (5)$

Внутренняя энергия воздуха сохраняется:

$$\frac{3}{2} \frac{m_1 T_1 R}{M} + \frac{3}{2} \frac{m_2 T_2 R}{M} = \frac{3}{2} \frac{(m_1 + m_2) TR}{M}$$

Упростим и получим:

$$\begin{aligned} m_1 T_1 + m_2 T_2 &= (m_1 + m_2) T \\ T &= \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{(m_1 + m_2)} \end{aligned} \quad (6)$$

$$T = \frac{\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}}{\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}}$$

$$T = 298\text{K}(25^\circ\text{C})$$

Объем газа после стыковки отсеков равен сумме объемов:

$$P(V_1 + V_2) = \frac{(m_1 + m_2) TR}{M}; \quad P = \frac{(m_1 + m_2) TR}{M(V_1 + V_2)}$$

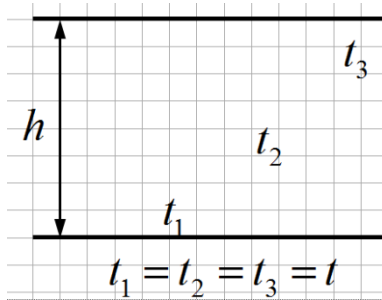
С учетом (1) и (2), получим: $P = \frac{T}{V_1 + V_2} \cdot \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \right)$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

Задача: № 24

Определите глубину озера, если объём воздушного пузырька удваивается при подъёме со дна на поверхность. Температура пузырька не успевает измениться при подъёме.

Решение:



По условию задачи температура пузырька не меняется значит, речь идёт об изотермическом процессе

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

P_1 – это давление воздуха внутри пузырька, который находится на дне. Оно складывается атмосферного и проводимого высотой h столба жидкости.

$$P_1 = P_{атм} + P_{жст} h \quad (2)$$

Давление P_2 – это давление атмосферное.

Тогда составим выражение:

$$V_1 (P_{атм} + P_{жст} h) = P_{атм} V_2$$

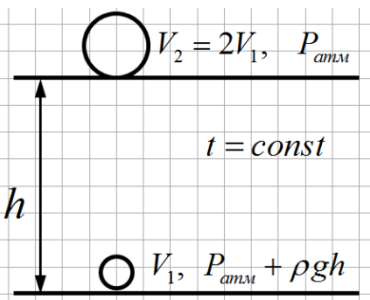
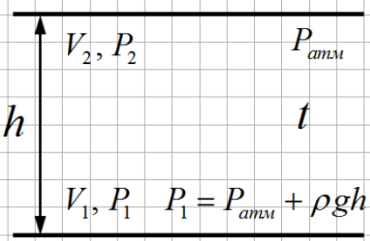
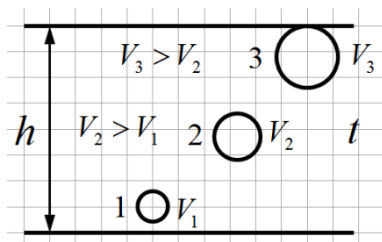
$$V = (P_{атм} + P_{жст} h) = P_{атм} 2V_1$$

После сокращения имеем:

$$P_{атм} + \rho g h = P_{атм} 2$$

$$h = \frac{2P_{атм} - P_{атм}}{\rho g} = \frac{P_{атм}}{\rho g}$$

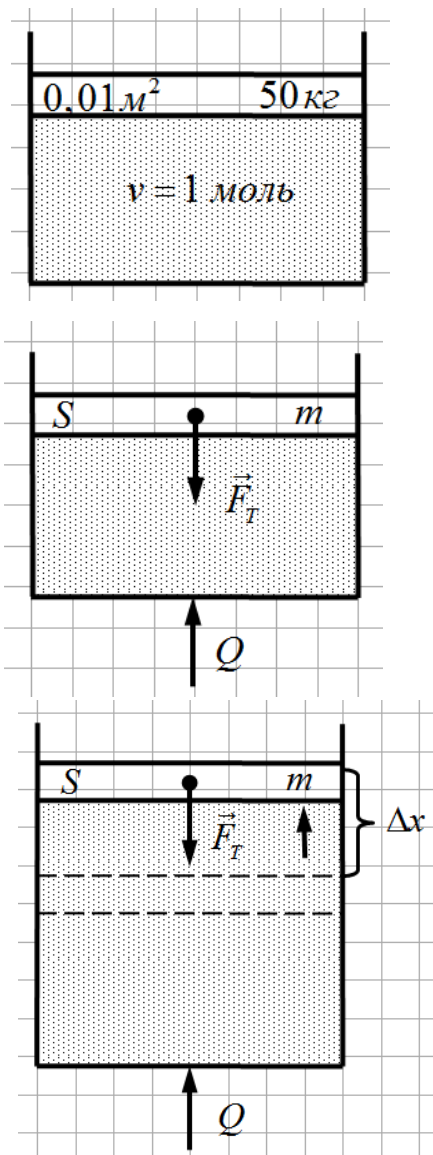
$$h = 10 \text{ м}$$



Задача: № 25

В цилиндре под поршнем массой 50 кг и площадью 10^{-2} м^2 находится 1 моль воздуха. Цилиндр нагревается снаружи при нормальном атмосферном давлении на 15°С . Найдите смещение поршня в результате нагревания

Решение:



Цилиндр нагревают при нормальном атмосферном давлении, поэтому оно постоянно и процесс изобарный.

Поршень при нагревании смещается вертикально

$$P_{\text{возд}} = P_1 + P_2; \quad (1)$$

$$P_1 = P_{\text{атм}};$$

P_2 – давление, производимое поршнем площадью S и массой m ,

$$\text{т.е. } P_2 = \frac{F_T}{S} = \frac{mg}{S} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) получим:

$$P_{\text{возд}} = P_{\text{атм}} + \frac{mg}{S} \quad (3)$$

По уравнению Менделеева-Клайперона

$$PV = \frac{m}{M}RT \text{ или } PV = VRT.$$

При температуре t , объем газа будет $V = \frac{VRT}{P}$

Когда воздух нагревается его объем станет больше $V_2 = \frac{VRT_2}{P}$

Найдем изменение объема $\Delta V = V_2 - V_1; m = 1$.

$$\Delta V = \frac{VRT_2}{P_{\text{возд}}} - \frac{VRT_1}{P_{\text{возд}}} = \frac{VR\Delta T}{P_{\text{возд}}} \quad (4)$$

представим (3) в (4), получим

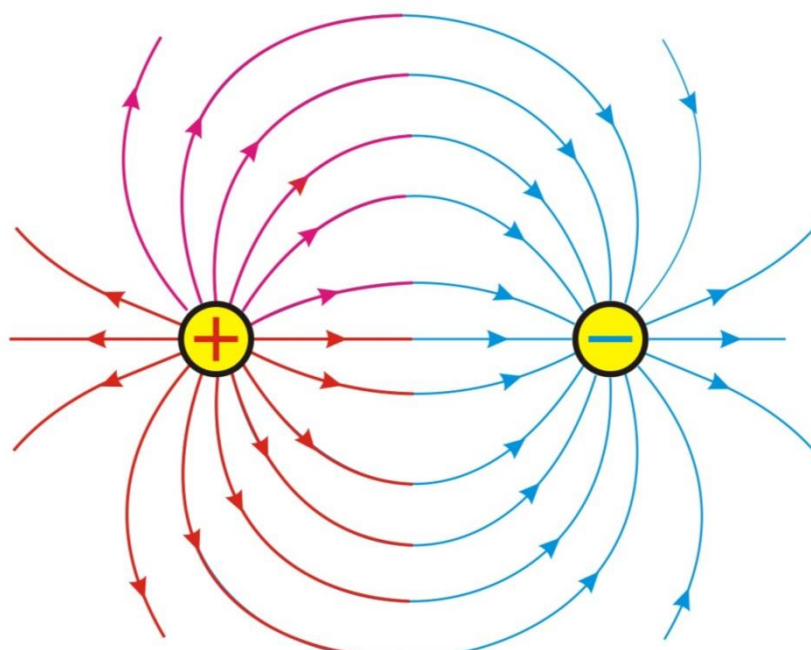
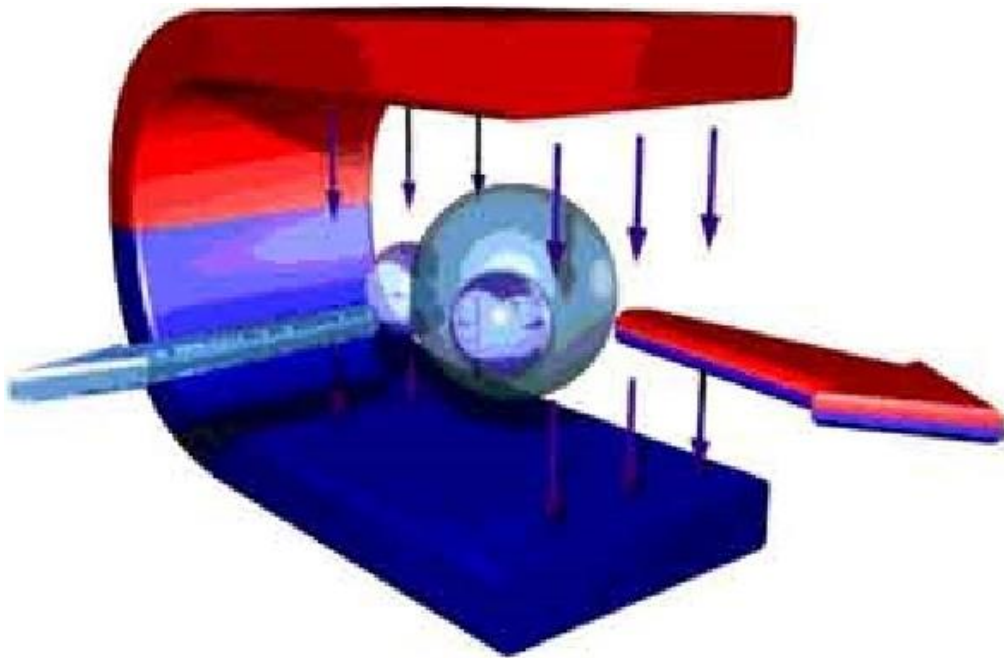
$$\Delta V = \frac{VR\Delta T}{P_{\text{атм}} + \frac{mg}{S}} = \frac{VR\Delta TS}{S \cdot P_{\text{атм}} + mg} \quad (5)$$

После перемещения поршня вверх объем воздуха изменился на $\Delta V = S \cdot \Delta x$

$$\Delta x = \frac{\Delta V}{S}$$

$$\text{Подставим (5) в (6)} \quad \Delta x = \frac{VR\Delta T}{S \cdot P_{\text{атм}} + mg}; \quad \Delta x = 0,0831 \text{ м}$$

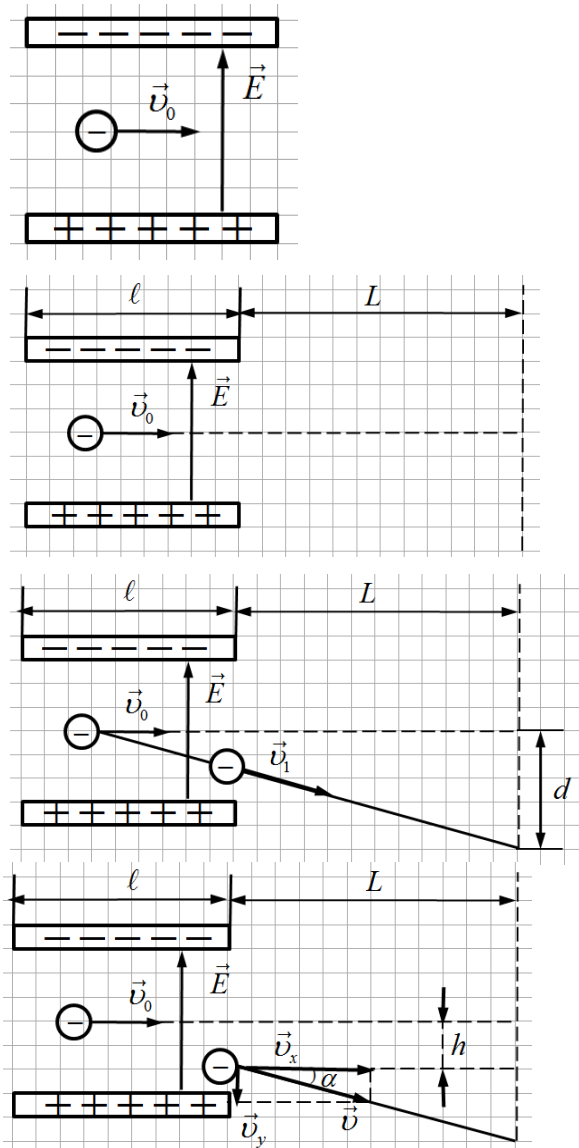
Электродинамика



Задача № 26

Управляющими электродами электронно-лучевой трубки служат две плоские параллельные пластины длиной 2 см. Расстояние от управляющих электродов до экрана трубки равно 30 см. Параллельно управляющим электродам в середине между ними влетает пучок электронов со скоростью $v_0 = 2 \cdot 10^2$ м/с. Какова напряженность электрического поля между электродами, вызывающего смещение электронного пучка на экране на расстояние $d = 2$ см?

Решение



На электрон вдоль оси абсцисс никакие силы не действует, и проекция скорости на эту ось не меняется.

$$v_x = v_0 = 2 \cdot 10^2 \text{ м/с}$$

Вдоль оси ординат на электрон действует сила $F_y = -qE$ всё время пока электрон движется в поле. Это вызывает смещение электрона на расстояние h

$$h = \frac{at^2}{2} = \frac{qEl^2}{2mv_0^2}$$

при этом вдоль оси ординат он будет двигаться со скоростью $v_y = at = \frac{qEl}{mv_0}$

Из поля электрон вылетает под углом α , определяемым по условию

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qEl}{mv_0^2}$$

и дальше движется по инерции. Как видно из рисунка

$$d = h + L \cdot \tan \alpha, \text{ или}$$

$$d = \frac{qEl^2}{2mv_0^2} + \frac{qElL}{mv_0^2}$$

откуда следует:

$$E = \frac{mv_0^2 d}{ql \left(L + \frac{1}{2} \right)}$$

Задача № 27

Горизонтальный проводник движется равноускоренно в вертикальном однородном магнитном поле, индукция которого равна $0,5 \text{ Тл}$ и направлена перпендикулярно проводнику и скорости его движения. При начальной скорости проводника, равной нулю, и ускорении 8 м/с^2 , проводник за некоторое время переместился на 1 м . ЭДС индукции на концах проводника в конце движения равна 2 В . Какова длина проводника?

Решение:

1. Читаем текст и переводим этот текст в символы.

Ключевое слово – проводник. Проводник движется в магнитном поле. Как движется? Равноускоренно.

2. Физический смысл задачи.

При равноускоренном движении проводника в однородном магнитном поле на концах проводника возникает ЭДС индукции за счет изменения магнитного потока.

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{t}$$

3. Создание научной модели.

За время Δt проводник переместится на расстояние X . Изменение магнитного потока за малое время Δt равно $\Delta\Phi = B\Delta S$, где площадь контура определяется $S = lX$

$$\Delta\Phi = BlX$$

4. Математическое решение.

$$|\mathcal{E}| = \frac{Bl\Delta X}{\Delta t} = Blv, \text{ где } v - \text{ скорость движения проводника.}$$

Найдем скорость v в конце пути длиной X .

$$X = \frac{v^2}{2a}; \quad v^2 = 2aX; \quad v = \sqrt{2aX}$$

$$\text{так что, } |\mathcal{E}| = Bl\sqrt{2aX}$$

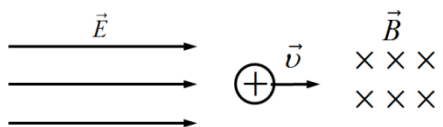
$$\text{выразим } l = \frac{|\mathcal{E}|}{B\sqrt{2aX}}.$$

Подставляя числовые значения, получим $l = 1 \text{ м}$.

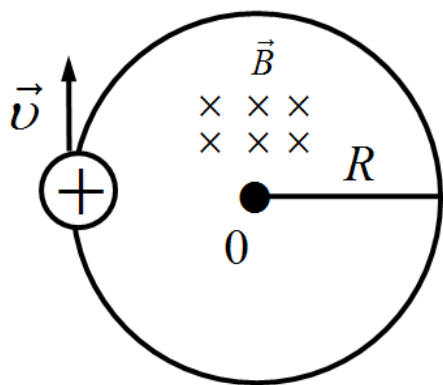
Задача № 28

Положительно заряженная частица массой 1 мг . Проходит расстояние 1 м . Вдоль силовых линий однородного электрического поля напряжённостью 10 В/м , а затем влетает в однородное магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно силовым линиям этого поля. Определите радиус окружности, по которой движется частица.

Решение:



Изучив условие задачи, понимаем, что речь идёт о частице влетающей из электрического поля в магнитное.



Выясняем физический смысл задачи. Действует электрическое поле на заряженную частицу? Если на частицу действует сила и она движется, то что делает электрическое поле? Как связана работа с изменением скорости тела? Что в условии известно о напряжении U частицы? По какой траектории будет двигаться частица в этом случае? Какая сила действует на заряженную частицу в магнитном поле и как определить её направление?

Работа электрического поля при перемещении частицы равна:

$$A = Fl \cos \alpha$$

$$F = Eq$$

$$A = Eq l$$

Работа равна изменению кинетической энергии

$$A = \Delta E; \quad A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}; \quad v_0 = 0$$

$$Eq l = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Eq l}{m}} \quad (1)$$

Т.к. $v \perp B$, то в магнитном поле частица опишет окружность, двигаясь под действием силы Лоренца с центростремительным ускорением

$$\frac{mv^2}{R} = qB\omega$$

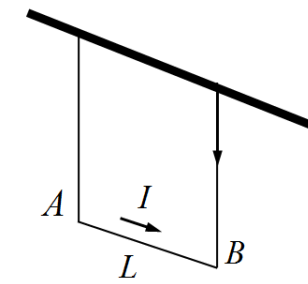
$$R = \frac{mv}{qB} \quad (2)$$

Решим совместно (1) и (2), получим $R = 1\text{ м}$.

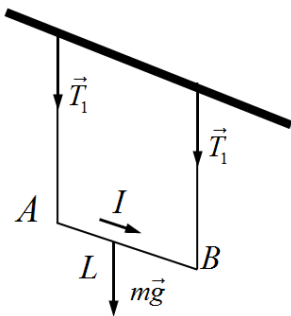
Задача № 29

Тонкий прямой проводник массой 6 г и длиной $L=0.5\text{ м}$, по которому течет ток силой $0,2\text{ А}$, подвешен горизонтально на двух вертикальных нитях, привязанных к тонкой горизонтальной проволоке. Проводник вносят в однородное горизонтальное магнитное поле с индукцией B . Линии индукции поля перпендикулярны проводнику. Сила натяжения нитей становится равной T_1 . Определить величину B , если при изменении направления тока на противоположное, сила натяжения нитей становится в 4 раза больше. ($T_2=4T_1$).

Решение:

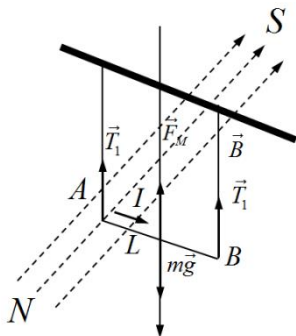


$AB = L$ – прямой проводник. По проводнику течет ток I



На проводник действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$

Проводник помещают в однородное магнитное поле $\vec{B}$ перпендикулярно AB . Возникает $\vec{F}_m$, направленная вверх (определяется по правилу левой руки).



Изменяют направление вектора магнитной индукции и меняется направление $\vec{F}_m$

На проводник в магнитном поле: действует $F_m = ILB \sin(\angle B l)$,

т.к. угол между B и $l = 90^\circ$. $F_m = ILB$.

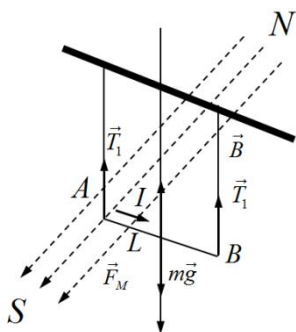
Так как проводник в покое, то следует:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_m = 0$$

Проекция на ось OY :

$$-T_{1y} - T_{2y} + mg_y - F_{my} = 0$$

$$-2T_1 = F_m - mg \quad (1)$$



Направление $\vec{F}_m$ и $m\vec{g}$ будут совпадать, так как поменяем направление магнитной индукции.

$$-8T_1 + mg + F_{\text{м}} = 0$$

$$-8T_1 = -mg - F_{\text{м}}$$

$$8T_1 = mg + F_{\text{м}} \quad (2)$$

Составляем систему:

$$(8T_1 = mg + F_{\text{м}}) + (2T_1 = mg - F_{\text{м}}) = (10T_1 = 2mg)$$

$$T_1 = \frac{mg}{5}$$

$$\text{Тогда } \frac{2mg}{5} = mg - IBL \text{ или } 2mg = 5mg - 5IBL$$

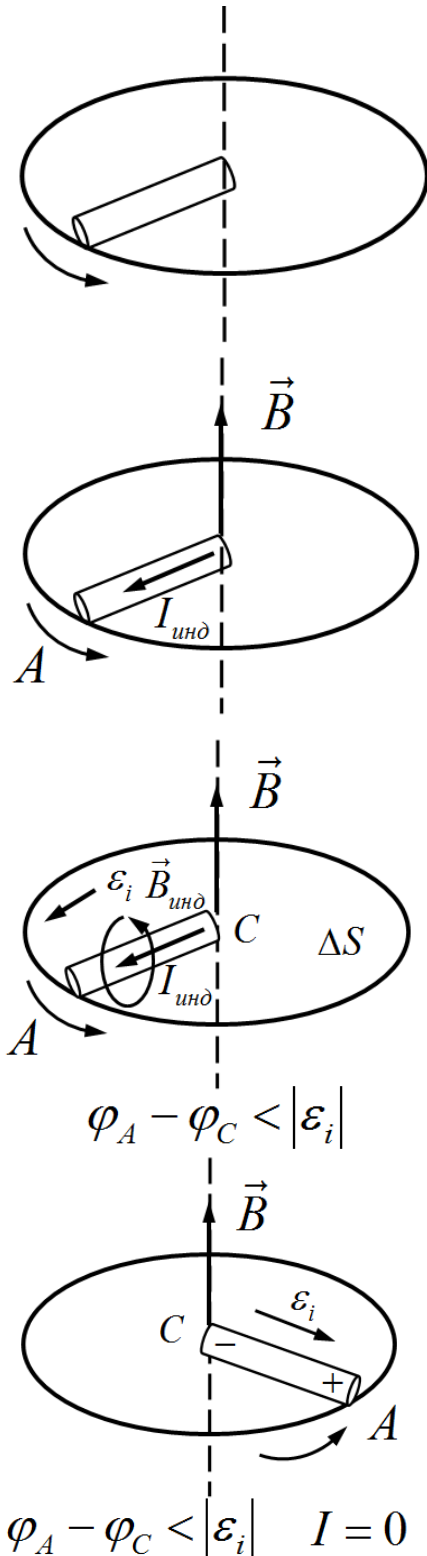
$$5IBL = 5mg - 2mg \Rightarrow 5IBL = 3mg \Rightarrow B = \frac{3mg}{5I}$$

$$B = \frac{3 \cdot 0,06 \cdot 10}{5 \cdot 0,2 \cdot 0,5} = \frac{18}{5} = 3,6 \text{ Тл.}$$

Задача № 30

Тонкий проводящий стержень длиной 60 см вращается в горизонтальной оси, проходящей через его конец, с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 1,5$ Тл. Определите разность потенциалов, возникающую между противоположными концами стержня.

Решение:



Поворот стержня на угол 2π рад происходит за время $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}$, при этом стержень описывает площадь $\Delta S = \pi L^2$

По закону электромагнитной индукции ЭДС, возникающая в стержне:

$$|\epsilon| = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{B \Delta S \cdot \cos 0}{\Delta t}$$

$$|\epsilon| = \frac{1,5 \cdot 0,6 \cdot 20}{2} = 5,4 \text{ В}$$

По правилу Ленца определим, каким было направление индукционного тока в момент начала вращения стержня.

При дальнейшем вращении проводника на его концах накапливаются заряды. Установившееся в проводнике распределение потенциала компенсирует влияние ЭДС индукции на заряды в проводнике:

$$\varphi_A - \varphi_C = |\epsilon_i|$$

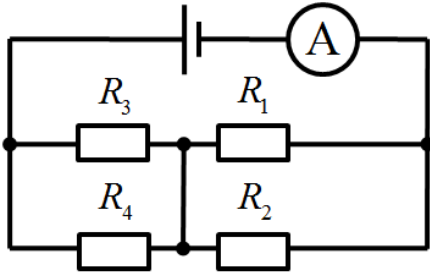
Поэтому индукционный ток прекращается.

$$\varphi_A - \varphi_C = 5,4 \text{ В}$$

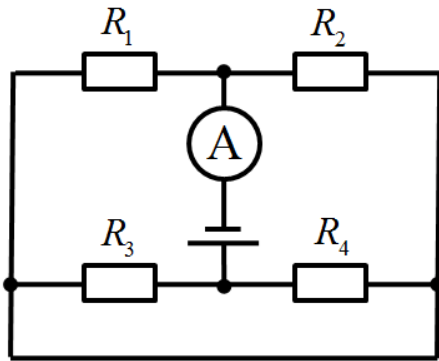
Задача № 31

Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с напряжением $U = 4,5\text{ В}$, идеального амперметра и четырёх резисторов с сопротивлениями $R_1 = 40\text{ Ом}$, $R_2 = 60\text{ Ом}$, $R_3 = 80\text{ Ом}$, $R_4 = 20\text{ Ом}$. Что показывает амперметр?

Решение



В схеме представлены смешанные соединения. Резисторы сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно между собой, R_3 и R_4 – тоже параллельно. Но первая группа резисторов R_1 и R_2 соединена со второй группой R_3 и R_4 .



Построим эквивалентную схему для электрической цепи:

$$R_{1-2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24\text{ Ом}$$

$$R_{3-4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{80 \cdot 20}{80 + 20} = 16\text{ Ом}$$

$$R_0 = R_{1-2} + R_{3-4} = 24\text{ Ом} + 16\text{ Ом} = 40\text{ Ом}$$

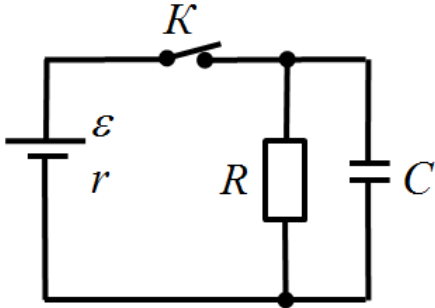
По закону Ома найдем ток, который течет через амперметр:

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{4,5\text{ В}}{40\text{ Ом}} = 0,1125\text{ А}$$

Задача № 32

В электрической схеме, показанной на рисунке, ключ K замкнут. ЭДС батареи $\varepsilon = 12 \text{ В}$, ёмкость конденсатора $C = 0,2 \text{ мкФ}$. Отношение внутреннего сопротивления батареи к сопротивлению резистора $k = r / R = 0,2$. Найдите количество теплоты, которое выделится на резисторе после размыкания ключа K в результате разряда конденсатора.

Решение



Закон Ома для полной цепи: $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ (1)

По данным $k = \frac{r}{R}$, откуда $0,2 = \frac{r}{R} \Rightarrow r = 0,2 R$ (2)

Подставим (2) в (1), имеем:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + 0,2R} = \frac{\varepsilon}{1,2R} = \frac{12}{1,2R} = \frac{10}{R} (\text{В})$$

После размыкания цепи энергия конденсатора эквивалентна количеству теплоты, выделившейся на резисторе, т.е. $Q = W = \frac{CU^2}{2}$.

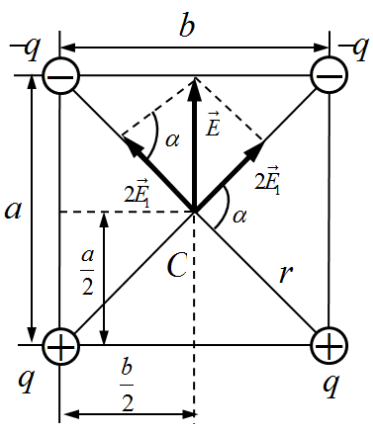
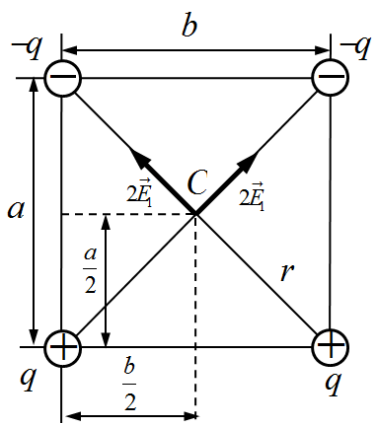
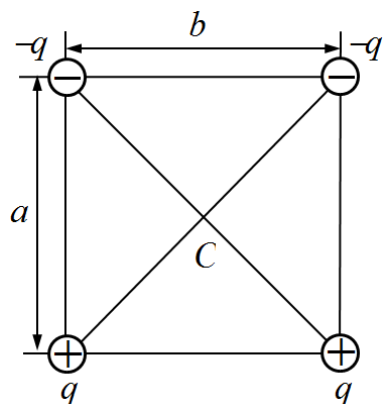
Напряжение найдем по формуле $U = IR = \frac{10}{R} \cdot R = 10 (\text{В})$.

Итак, количество теплоты: $Q = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$

Задача № 33

В вершинах прямоугольника со сторонами a и b находятся по два положительных заряда q и по два отрицательных заряда $-q$. Найти напряжённость E поля этих зарядов в точке пересечения диагоналей прямоугольника C . Среда воздух.

Решение



Каждый «+» заряд создаёт в точке C электрическое поле напряжённое E_1 . Векторы $\vec{E}_1$ направлены по диагоналям прямоугольника от положительных зарядов к «-». Отрицательные заряды $-q$ создают в точке C поля с такой же по модулю напряжённостью E_1 , и их векторы $\vec{E}_1$ направлены тоже к отрицательным зарядам, поэтому вдоль каждой диагонали от точки C к «-» зарядам направлены векторы $2E_1$. Их векторная сумма по принципу суперпозиции полей равна результирующему вектору E_1 .

Модуль вектора E_1 сможем определить по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{4E_1^2 + 4E_1^2 - 8E_1^2 \cos \alpha}$$

$$E = 2E \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$$

По формуле напряжённости поля точечного заряда:

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon E_0 r^2}, \text{ где } r^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{4},$$

$$\text{поэтому } E_1 = \frac{q}{\pi\epsilon E_0 (a^2 + b^2)}$$

Косинус угла α можно найти по теореме косинусов из равнобедренного треугольника с вершиной в точке C и основанием a : $a^2 = r^2 + r^2 - 2rr \cos \alpha$,

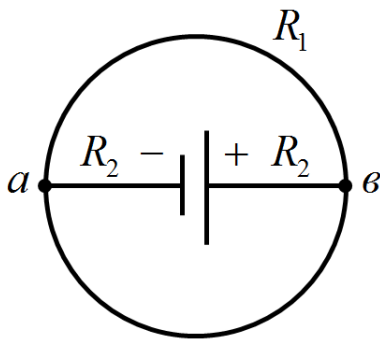
$$\text{откуда } \cos \alpha = 1 - \frac{a^2}{2r^2} \text{ или } \cos \alpha = \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2},$$

$$\text{следовательно, } E = \frac{4qa}{\pi\epsilon E_0 \sqrt{(a^2 + b^2)^3}}$$

Задача №34

Проволока из нихрома образует кольцо диаметром $D=2\text{ м}$. В центре кольца помещён источник тока с $\mathcal{E}=2\text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r=1,5\text{ Ом}$, соединённый в точках A и B с кольцом такой же проволокой. Найти разность потенциалов $\varphi_b - \varphi_a$ между точками b и a . Удельное сопротивление нихрома $\rho=1,1\text{ мкОм}\cdot\text{м}^2$, площадь поперечного сечения проводника $S=1\text{ мм}^2$.

Решение:



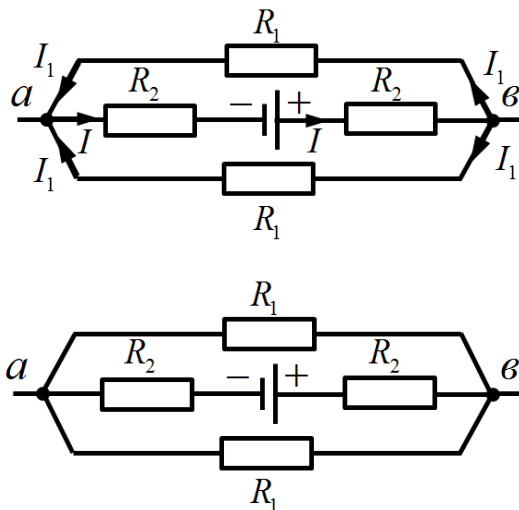
Преобразуем схему.

Разность потенциалов $\varphi_b - \varphi_a$ равна напряжению U_1 на половине кольца, сопротивление которой мы обозначили R_1 , а половины диаметра, обозначили резисторами с сопротивлением R_2 .

Из «+» источника вывели ток I , который в точке b «разветвился» на два одинаковых тока I_1 . В точке a к «-» источника снова течет ток I . напряжение $U_1 = \varphi_b - \varphi_a$ можно найти, умножим силу тока I в неразветвленной части цепи на общее сопротивление двух полуколец, т.е. двух резисторов R_1 . Поскольку сопротивление двух полуколец R_1 одинаковы,

то их сопротивление равно $\frac{R_1}{2}$.

Поэтому $\varphi_b - \varphi_a = U_1 = I \frac{R_1}{2}$.



По закону Ома для полной цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 + 4R_2}{2} + r} = \frac{2\mathcal{E}}{R_1 + 2(2R_2 + r)}$,

отсюда: $I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 + 4R_2}{2} + r} = \frac{2\mathcal{E}}{R_1 + 2(2R_2 + r)}$,

получаем: $\varphi_b - \varphi_a = \frac{\mathcal{E}R_1}{R_1 + 2(2R_2 + r)}$

Сопротивления R_1 и R определим через длины проводников l_1 и l_2 , удельное сопротивление ρ и пл. поперечного сечения S .

согласно формуле: $R_1 = \rho \frac{l_1}{S}$ и $R_2 = \rho \frac{l_2}{S}$;

$$l_1 = \frac{\pi D}{2}, \text{ а } l_2 = \frac{D}{2};$$

с учётом этого $R_1 = \rho \frac{\pi D}{2S}$ и $R_2 = \rho \frac{D}{2S}$;

$$\text{получаем: } \varphi_{\varepsilon} + \varphi_a = \frac{\pi \rho D \varepsilon}{\rho D (\pi + 4) + 4rS}$$

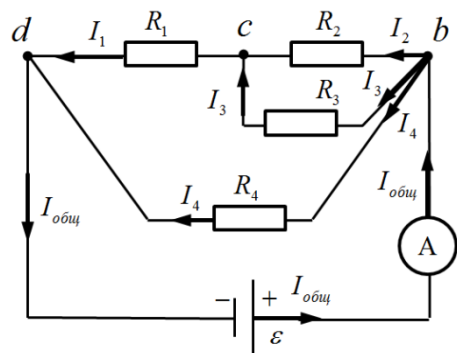
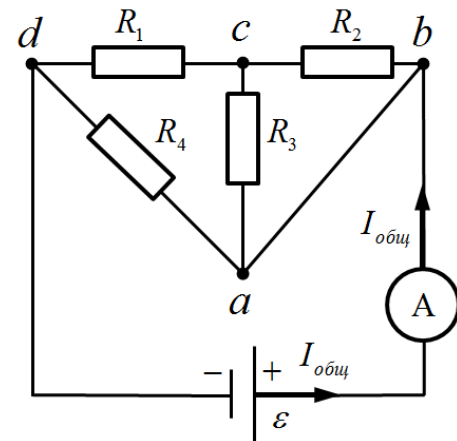
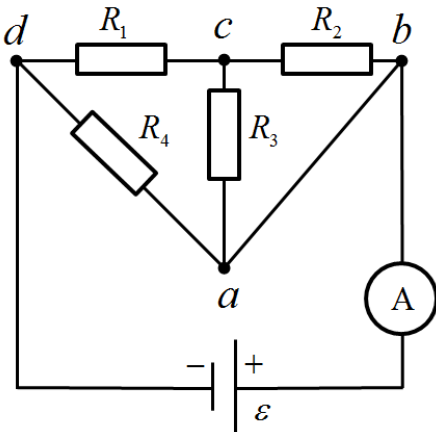
$$\varphi_{\varepsilon} - \varphi_a = \frac{3,14 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 2}{1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2(3,14 + 4) + 4 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 0,64.$$

$$\varphi_{\varepsilon} - \varphi_a = 0,64.$$

Задача № 35

Какой ток I_A покажет амперметр A , включенный в схему, изображенную на рисунке, если $R_1 = 1,25 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 7 \text{ Ом}$. ЭДС источника тока $2,8 \text{ В}$? Внутренним сопротивлением источника тока можно пренебречь ($r = 0$).

Решение:



Составим эквивалентную схему. Глядя на нее, мы ясно видим, какие участки внешней цепи соединены последовательно, а какие параллельно. Через амперметр будет идти ток общей части цепи $I_A = I_{\text{общ}}$. Сопротивление амперметра мало, им пренебрегают. Что бы найти силу тока $I_{\text{общ}}$, воспользуемся законом Ома для полной цепи:

$$I_{\text{общ}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{общ}}}, \text{ при } r = 0$$

$R_{\text{общ}}$ – сопротивление всей внешней части цепи. Будем находить его постепенно. Найдем $R_{\text{общ1}}$ проводников R_2 и R_3 соединенных параллельно:

$$R_{\text{общ1}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

К этому сопротивлению проводник подключен последовательно, поэтому их общее сопротивление $R_{\text{общ2}} = R_1 + R_{\text{общ1}}$

Мы заметили сопротивление R_1 , R_2 и R_3 одних, к которому проводник с сопротивлением R_4 подключен параллельно, поэтому общее сопротивление внешней цепи:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_{\text{общ2}} \cdot R_4}{R_{\text{общ2}} + R_4}$$

$$\text{или } \frac{(R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3) R_4}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3) + R_2 \cdot R_3}$$

$$\text{следовательно } I_A = 2,8 \frac{(1,25 + 7)(1 + 3) + 1 \cdot 3}{(1,25(1 + 3) + 1 \cdot 3) \cdot 7}$$

$$I_A = 1,8 \text{ А}$$